

IPhO 1989

Teorik sorular ve çözümler · Varşova, Polonya · 3 teori sorusu, tam çözümleriyle

eulersolve.org/ipho/1989/

Soru 1: Birbirine karışmayan iki sıvının kaynaması

Birbirinde çözünmeyen A ve B sıvılarını ele alalım. Bu sıvıların doymuş buharlarının basınçları p_i ($i = A$ veya B), iyi bir yaklaşıklıkla şu bağıntıya uyar:

$$\ln(p_i/p_o) = \frac{\alpha_i}{T} + \beta_i, \quad i = A \text{ veya } B,$$

Burada p_o normal atmosfer basıncını, T buharın mutlak sıcaklığını, α_i ve β_i ($i = A$ veya B) ise sıvıya bağlı belirli sabitleri gösterir. ($\ln$ simgesi doğal logaritmayı, yani tabanı $e = 2.7182818 \dots$ olan logaritmayı gösterir.)

A ve B sıvıları için 40°C ve 90°C sıcaklıklarında p_i/p_o oranının değerleri Tablo 1.1'de verilmiştir.

Tablo 1.1

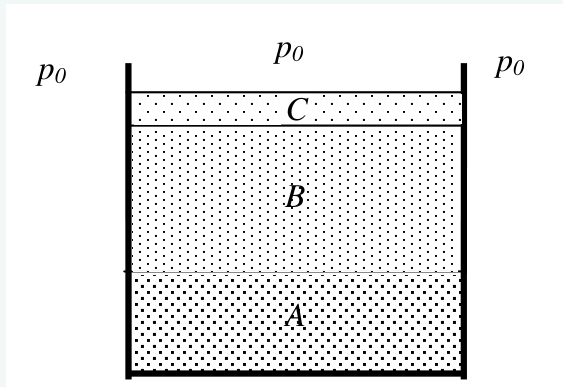
$t [^\circ\text{C}]$	$p_i/p_o, i = A$	$p_i/p_o, i = B$
40	0.284	0.07278
90	1.476	0.6918

Bu değerlerin hataları ihmal edilebilir.

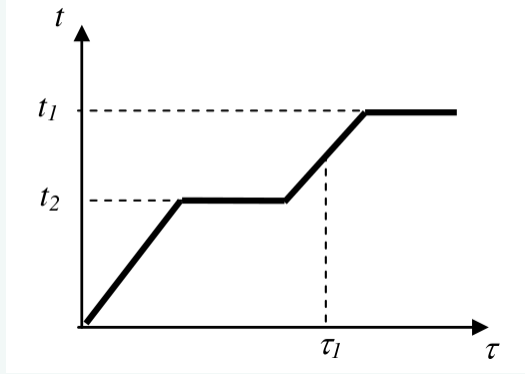
A. A ve B sıvılarının p_o basıncı altındaki kaynama sıcaklıklarını belirleyiniz.

B. A ve B sıvıları bir kaba dökülmüş ve kapta Şekil 1.1'de gösterilen tabakalar oluşmuştur. B sıvısının yüzeyi, A ve B sıvılarında çözünmeyen ve A ile B'nin de içinde çözünmediği, uçucu olmayan C sıvısından ince bir tabakayla kaplanmış; böylece B sıvısının üst yüzeyinden serbestçe buharlaşması tamamen önlenmiştir. A ve B sıvılarının (gaz fazındaki) molekül kütlelerinin oranı şöyledir:

$$\gamma = \mu_A/\mu_B = 8.$$



Şekil 1.1



Şekil 1.2

A ve B sıvılarının başlangıçtaki kütleleri eşit olup her biri $m = 100\text{g}$ 'dır. Kaptaki sıvı tabakalarının yükseklikleri ve sıvıların yoğunlukları, kabın herhangi bir noktasındaki basıncın pratik olarak normal atmosfer basıncı p_0 'a eşit olduğu varsayımını yapmaya yetecek kadar küçüktür.

Kaptaki sıvı sistemi yavaşça, ancak sürekli ve düzgün biçimde ısıtılmaktadır. Sıvıların t sıcaklığının τ zamanıyla Şekil 1.2'de şematik olarak gösterildiği gibi değiştiği belirlenmiştir.

Grafiğin yatay kısımlarına karşılık gelen t_1 ve t_2 sıcaklıklarını ve τ_1 anında A ve B sıvılarının kütlelerini belirleyiniz. Sıcaklıklar en yakın tam dereceye ($^{\circ}\text{C}$ cinsinden) yuvarlanmalı, sıvıların kütleleri ise gramın onda biri hassasiyetinde belirlenmelidir.

NOT: Sıvıların buharlarının iyi bir yaklaşıklıkla

(1) bir gaz karışımının basıncının, karışımı oluşturan gazların kısmi basınçlarının toplamına eşit olduğunu belirten Dalton yasasına uyduğunu ve

(2) doymuş buhar basınçlarına kadar ideal gaz olarak ele alınabileceğini varsayınız.

Soru metni resmi İngilizce metinden çevrilmiştir.

Cevaplar

- **A.** Normal kaynama sıcaklıkları

$$t_A = 76.8^{\circ}\text{C}, \quad t_B = 99.7^{\circ}\text{C}$$

şeklindedir (sırasıyla yaklaşık 77°C ve 100°C).

- **B.** İstenen hassasiyette,

$$t_1 = 100^{\circ}\text{C}, \quad t_2 = 67^{\circ}\text{C},$$

$$m_A(\tau_1) = 0.0 \text{ g}, \quad m_B(\tau_1) = 95.5 \text{ g}.$$

Çözüm

A. Normal kaynama sıcaklıkları

Saf bir sıvı, doymuş buhar basıncı dış basınca eşit olduğunda kaynar. Dolayısıyla p_0 basıncı altında,

$$p_i(T_{b,i}) = p_0 \implies 0 = \frac{\alpha_i}{T_{b,i}} + \beta_i,$$

buradan

$$T_{b,i} = -\frac{\alpha_i}{\beta_i}.$$

Sabitleri belirlemek için

$$T_L = 313.15 \text{ K}, \quad T_H = 363.15 \text{ K},$$

olarak alalım ve tabloda bu sıcaklıklara karşılık gelen basınç oranlarını $r_{i,L}$ ve $r_{i,H}$ ile gösterelim. İki buhar basıncı denklemini birbirinden çıkarınca

$$\alpha_i = \frac{\ln r_{i,H} - \ln r_{i,L}}{T_H^{-1} - T_L^{-1}}, \quad \beta_i = \ln r_{i,L} - \frac{\alpha_i}{T_L}.$$

Verilen veriler kullanıldığında:

Sıvı	α_i (K)	β_i
A	-3748.4907	10.711491
B	-5121.6396	13.734914

Dolayısıyla,

$$T_{b,A} = 349.9504 \text{ K}, \quad T_{b,B} = 372.8920 \text{ K}.$$

Celsius cinsine dönüştürülürse,

$$t_A = 76.8^\circ\text{C}, \quad t_B = 99.7^\circ\text{C}.$$

B. İki plato ve kalan kütleler

Yavaş ısıtma, denge buhar basınçları kullanılarak sürecin yarı statik olarak ele alınmasına olanak verir. Belirtildiği üzere hidrostatik basınç farkları ihmal edilebilir. Uçucu olmayan C tabakası, yüzeyden serbest buharlaşmayı önler.

A–B ara yüzeyinde, her iki sıvıyla dengede olan bir buhar kabarcığı her bir sıvının doymuş buharını içerir. Sıvılar birbirine karışmadığından, her biri ortak sıcaklıktaki kendi doymuş buhar basıncı kadar katkıda bulunur. Dalton yasasına göre

$$p_{\text{bubble}} = p_A(T) + p_B(T).$$

Bunun sonucunda kaynama, aşağıdaki koşulla belirlenen alt plato sıcaklığı T_2 'de başlar:

$$p_A(T_2) + p_B(T_2) = p_0.$$

Verilere uydurulan buhar basıncı bağıntıları kullanılırsa,

$$\exp\left(\frac{\alpha_A}{T_2} + \beta_A\right) + \exp\left(\frac{\alpha_B}{T_2} + \beta_B\right) = 1.$$

Sayısal çözüm şu sonucu verir:

$$T_2 = 340.1208 \text{ K}, \quad t_2 = 66.9708^\circ\text{C}.$$

Böylece,

$$t_2 = 67^\circ\text{C}.$$

Bu sıcaklıkta,

$$\frac{p_A}{p_0} = 0.7337662, \quad \frac{p_B}{p_0} = 0.2662338.$$

Her iki sıvı da mevcut olduğu sürece doymuş buhar basınçları yalnızca sıcaklığa bağlıdır; dolayısıyla kaynama bu sabit sıcaklıkta sürer. Verilen ısı, buharlaşma gizli ısını karşılar.

Hangi sıvının önce tükendiğini belirlemek için kaptan çıkan buhar karışımının V hacmindeki bir miktarını ele alalım. Her bileşen için ideal gaz yasası

$$p_A V = n_A R T_2, \quad p_B V = n_B R T_2,$$

ve dolayısıyla

$$\frac{n_A}{n_B} = \frac{p_A}{p_B}.$$

Molekül kütlelerinin oranı aynı zamanda molar kütlelerin oranıdır. Bu nedenle, buharlaşmayla kaybedilen pozitif kütleler şu bağıntıyı sağlar:

$$\frac{dm_A^{\text{evap}}}{dm_B^{\text{evap}}} = \frac{\mu_A p_A}{\mu_B p_B} = \gamma \frac{p_A}{p_B}.$$

Sayısal olarak,

$$\gamma \frac{p_A}{p_B} = 8 \frac{0.7337662}{0.2662338} = 22.0488.$$

Bu oran alt plato boyunca sabit kalır. Başlangıç kütleleri eşit olduğundan **önce A tükenir**. A'nın 100 g'lık kütlelerinin tamamı buharlaştığında, B'nin kaybettiği kütle

$$\Delta m_B = \frac{100}{22.0488} \text{ g} = 4.5354 \text{ g}.$$

Dolayısıyla kalan sıvı kütleleri

$$m_A = 0, \quad m_B = 100 - 4.5354 = 95.4646 \text{ g}.$$

A tükendiğinde, B'nin tek başına buhar basıncı T_2 'de kaynamasına yetmez, çünkü

$$p_B(T_2) = 0.2662338 p_0 < p_0.$$

Kaynama durur ve B normal kaynama sıcaklığına ulaşınca kadar sıcaklık yükselir. Bu nedenle üst plato sıcaklığı

$$t_1 = t_B = 99.7420^\circ\text{C},$$

olup yuvarlandığında

$$\boxed{t_1 = 100^\circ\text{C}}.$$

İşaretlenen τ_1 anı, iki plato arasındaki yükselen kısımda yer alır. Bu aşamada A tükenmiştir, B henüz yeniden kaynamaya başlamamıştır ve C tabakası yüzeyden serbest buharlaşmayı önler. Dolayısıyla sıvı kütleleri alt platonun sonundaki değerlerinde kalır:

$$\boxed{m_A(\tau_1) = 0.0 \text{ g}, \quad m_B(\tau_1) = 95.5 \text{ g}}.$$

Çözüm, resmi çözümle karşılaştırılarak kontrol edildi. Bu çözümün resmi çözümden ayrıldığı yerlerde resmi çözümde bir hata ya da baskı hatası vardır.

Soru 2: Rijit bir cisim gibi dönen, kütleçekimiyle etkileşen üç kütle

Aynı doğru üzerinde bulunmayan, kütleleri bilinen ve sırasıyla m_1 , m_2 ve m_3 olan üç noktasal kütle P_1 , P_2 ve P_3 , birbirleriyle yalnızca karşılıklı kütleçekim kuvvetleri aracılığıyla etkileşmektedir; bu kütleler serbest uzayda yalıtılmış durumdadır ve başka hiçbir cisimle etkileşmezler. Üç kütlelerin kütle merkezinden geçen ve $P_1P_2P_3$ üçgenine dik olan eksenini σ ile gösterelim. Sistemin hareketi boyunca $P_1P_2P_3$ üçgeninin şeklinin ve boyutunun değişmeden kalması için sistemin (σ eksenini etrafındaki) ω açısal hızları ve

$$P_1P_2 = a_{12}, \quad P_2P_3 = a_{23}, \quad P_1P_3 = a_{13},$$

uzaklıkları hangi koşulları sağlamalıdır; başka bir deyişle, sistem hangi koşullar altında σ eksenini etrafında rijit bir cisim gibi döner?

Soru metni resmi İngilizce metinden çevrilmiştir.

Cevaplar

- **Soru 2:** Üçgen eşkenar olmalıdır:

$$a_{12} = a_{23} = a_{13} = a > 0.$$

Üç kütlelerin tümü, büyüklüğü

$$\omega^2 = \frac{G(m_1 + m_2 + m_3)}{a^3}.$$

bağıntısını sağlayan aynı sabit açısal hızla dönmelidir. Her iki dönme yönü de mümkündür. Bu koşullar, pozitif değerli her türlü kütle için gerekli ve yeterlidir; kütlelerin eşit olması gerekmez.

Çözüm

Soru 2

Noktasal kütleler için Newton'un hareket yasalarını ve Newton'un kütleçekim yasasını kullanalım.

$$M = m_1 + m_2 + m_3.$$

olarak tanımlayalım. Dış kuvvet bulunmadığından kütle merkezi sabit hızla hareket eder. Kütle merkezinin durgun olduğu bir eylemsiz referans sisteminde çalışalım ve P_i noktasının kütle merkezine göre konumunu $\mathbf{r}_i$ ile gösterelim. Bu durumda

$$\sum_{i=1}^3 m_i \mathbf{r}_i = \mathbf{0}.$$

Dik σ eksenini etrafındaki rijit dönmeye üç kütlelerin tümü ortak bir ω açısal hızına sahiptir. Kütle merkezine göre açısal momentumları

$$\mathbf{L} = I\omega, \quad I = \sum_{i=1}^3 m_i |\mathbf{r}_i|^2.$$

şeklinde. Kütleçekim kuvvetleri iç kuvvetlerdir ve merkezîdir; dolayısıyla toplam torkları sıfırdır ve $\mathbf{L}$ korunur. Rijit bir üçgenin I eylemsizlik momenti sabit olduğundan ω sabittir. Sonuç olarak,

$$\ddot{\mathbf{r}}_i = -\omega^2 \mathbf{r}_i.$$

Bu nedenle Newton'un ikinci yasası, m_i 'ye bölündükten sonra,

$$-\omega^2 \mathbf{r}_i = G \sum_{j \neq i} \frac{m_j}{a_{ij}^3} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i). \quad (1)$$

bağıntısını gerektirir. Kütle merkezi bağıntısı ayrıca

$$\sum_{j \neq i} m_j (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) = -M \mathbf{r}_i. \quad (2)$$

sonucunu verir. (2)'yi (1)'in sol tarafında yerine koyup yeniden düzenlersek,

$$\sum_{j \neq i} m_j \left(\frac{G}{a_{ij}^3} - \frac{\omega^2}{M} \right) (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) = \mathbf{0}. \quad (3)$$

Üç nokta aynı doğru üzerinde bulunmadığından, her köşeden diğer köşelere yönelen iki vektör doğrusal bağımsızdır. Dolayısıyla (3)'teki her iki katsayı da sıfır olmalıdır. Kütleler pozitif olduğundan bu, her çift için

$$\frac{G}{a_{ij}^3} = \frac{\omega^2}{M}.$$

olmasını gerektirir. Buradan

$$a_{12} = a_{23} = a_{13} = a, \quad \omega^2 = \frac{GM}{a^3}.$$

elde edilir. Böylece gereklilik kanıtlanmış olur.

Yeterliliği göstermek için kenar uzunluğu a olan eşkenar bir düzen ele alalım. Herhangi bir kütle için kütleçekim ivmesi

$$\ddot{\mathbf{r}}_i = \frac{G}{a^3} \sum_{j \neq i} m_j (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) = -\frac{GM}{a^3} \mathbf{r}_i.$$

şeklinde. Dolayısıyla bu kütleye etkiyen bileşke kütleçekim kuvveti kütle merkezine yönelir ve

$$\omega^2 = \frac{GM}{a^3}.$$

olduğunda gerekli merkezci ivmeyi tam olarak sağlar.

Kütle merkezi referans sistemindeki başlangıç hızlarını

$$\dot{\mathbf{r}}_i(0) = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i(0), \quad \boldsymbol{\omega} \parallel \boldsymbol{\sigma}.$$

olarak seçelim. Buna karşılık gelen düzgün dönme, eşkenar üçgeni korur ve Newton denklemlerini her an sağlar. Dolayısıyla koşullar aynı zamanda yeterlidir. Kütle merkezinin sabit hızla yapacağı herhangi bir hareket de buna eklenebilir.

Çözüm, resmi çözümle karşılaştırılarak kontrol edildi.

Soru 3: Elektron mikroskobundan proton mikroskobuna

Bu soru, elektron demetinin manyetik alanla yönlendirildiği (ve $U = 511$ kV potansiyel farkıyla hızlandırıldığı) bir elektron mikroskobunun, proton demetinin $-U$ potansiyel farkıyla hızlandırıldığı bir proton mikroskobuna dönüştürülmesinin incelenmesiyle ilgilidir. Bu amaçla aşağıdaki iki problemi çözünüz:

A. Bir elektron, kendisini U potansiyel farkıyla hızlandıran bir düzenden çıktıktan sonra, sabit bobinlerden oluşan bir $L_1, L_2, \dots, L_n$ sistemi tarafından oluşturulan düzgün olmayan bir $\mathbf{B}$ alanının bulunduğu bölgeye girer. Bobinlerdeki bilinen akımlar sırasıyla $i_1, i_2, \dots, i_n$ 'dir.

Başlangıçta $-U$ potansiyel farkıyla hızlandırılan protonu, elektronla aynı yörünge boyunca (ve aynı yönde) yönlendirmek için $L_1, L_2, \dots, L_n$ bobinlerindeki $i'_1, i'_2, \dots, i'_n$ akımları ne olmalıdır?

İPUCU: Soru, yörüngeyi tanımlayan denklemin her iki durumda da aynı olmasını sağlayan bir koşul bulunarak çözülebilir. Aşağıdaki bağıntıyı kullanmak yararlı olabilir:

$$\mathbf{p} \frac{d}{dt} \mathbf{p} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \mathbf{p}^2 = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} p^2.$$

B. Elektron demeti proton demetiyle değiştirilirse yukarıdaki mikroskobun ayırma gücü kaç kat artar veya azalır? Mikroskobun ayırma gücünün (yani dairesel görüntüleri ancak birbirinden ayrılabilen iki noktasal cisim arasındaki en küçük uzaklığın) yalnızca parçacıkların dalga özelliklerine bağlı olduğunu varsayınız.

Elektronların ve protonların hızlandırılmadan önceki hızlarının sıfır olduğunu ve elektronların veya protonların kendi manyetik momentleri ile manyetik alan arasında etkileşim olmadığını varsayınız. Ayrıca hareketli parçacıkların yaydığı elektromanyetik ışınımın ihmal edilebileceğini varsayınız.

NOT: Fizikçiler enerji birimi olarak çok sık 1 elektron-volt (1 eV) ve bunun 1 keV veya 1 MeV gibi katlarını kullanırlar. 1 elektron-volt, 1 V'luk potansiyel farkından geçen bir elektronun kazandığı enerjidir.

Hesaplamaları aşağıdaki verileri kullanarak yapınız:

Elektronun durgunluk enerjisi:	$E_e = m_e c^2 = 511 \text{ keV}$
Protonun durgunluk enerjisi:	$E_p = m_p c^2 = 938 \text{ MeV}$

Soru metni resmi İngilizce metinden çevrilmiştir.

Cevaplar

- A.** Her bobindeki akımın yönünü tersine çevirin ve büyüklüğünü yaklaşık 35.0 ile çarpın:

$$i'_k = -\sqrt{\frac{2E_p + eU}{2E_e + eU}} i_k \simeq -35.0 i_k, \quad k = 1, \dots, n.$$

- **B.** Ayırt edilebilen en küçük uzaklık

$$\frac{d_p}{d_e} = \frac{\lambda_p}{\lambda_e} \simeq 0.0286.$$

olur. Dolayısıyla en küçük uzaklık, yani soru metninde "ayırma gücü" olarak adlandırılan nicelik, **35.0 kat azalır**. İnce ayrıntıları ayırt etme yeteneği aynı oranda iyileşir; geleneksel olarak $1/d$ biçiminde tanımlanan ayırma gücü **35.0 kat** artar.

Çözüm

A. Bobin akımları

$e > 0$ temel yükü gösterebilir; böylece $q_e = -e$ ve $q_p = +e$ olur. Hızlandırmadan sonra manyetik alandaki hareket, göreceli Lorentz kuvveti denkleminde uyar:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}, \quad \mathbf{p} = \gamma m\mathbf{v}.$$

$\mathbf{v}$ 'ye paralel olan $\mathbf{p}$ ile skaler çarpım alındığında

$$\frac{1}{2} \frac{d(p^2)}{dt} = \mathbf{p} \cdot \frac{d\mathbf{p}}{dt} = q\mathbf{p} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = 0.$$

elde edilir. Dolayısıyla momentumun büyüklüğü p sabit kalır. Belirtildiği gibi manyetik moment etkileşimleri ve ışınım ihmal edildiğinde, manyetik alan düzgün olmasa bile bu sonuç geçerlidir.

Uzaysal yörüngeyi parçacığın süratinden bağımsız olarak tanımlamak için, s hareket yönünde artan yay uzunluğu ve

$$\mathbf{t} = \frac{d\mathbf{r}}{ds}$$

birim teğet vektörü olsun. Bu durumda $\mathbf{p} = p\mathbf{t}$, $\mathbf{v} = v\mathbf{t}$ ve $ds/dt = v$ olur. Buna göre,

$$pv \frac{d\mathbf{t}}{ds} = qv\mathbf{t} \times \mathbf{B},$$

dolayısıyla yörünge denklemleri şöyledir:

$$\frac{d\mathbf{r}}{ds} = \mathbf{t}, \quad \frac{d\mathbf{t}}{ds} = \frac{q}{p}\mathbf{t} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}).$$

$\mathbf{B}$ alanındaki elektron ile yeni bir $\mathbf{B}'$ alanındaki proton için bu denklemler,

$$\frac{e}{p_p}\mathbf{B}' = -\frac{e}{p_e}\mathbf{B},$$

yani

$$\mathbf{B}'(\mathbf{r}) = -\frac{p_p}{p_e}\mathbf{B}(\mathbf{r}).$$

olduğunda aynıdır. Dolayısıyla aynı giriş noktası ve yönü için her iki parçacık da aynı uzaysal yörüngeyi aynı yönde izler.

Bobin sisteminin manyetik alanı, akımlarına doğrusal olarak bağlıdır. Her akımı aynı katsayıyla çarpmak, alanı her noktada bu katsayıyla çarpar. Dolayısıyla gerekli seçim

$$i'_k = -\frac{p_p}{p_e} i_k.$$

olur.

Geriye momentum oranını hesaplamak kalır. Her iki parçacık da durgun hâlden harekete başlar ve aynı kinetik enerjiyi kazanır:

$$K = eU = 511 \text{ keV} = 0.511 \text{ MeV}.$$

$K = E_e$ olduğundan elektron görelili olarak ele alınmalıdır. Her iki parçacık için de tam görelili ifadeyi kullanırız:

$$(K + mc^2)^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4.$$

Böylece,

$$pc = \sqrt{K(K + 2mc^2)},$$

ve

$$\frac{p_p}{p_e} = \sqrt{\frac{K + 2E_p}{K + 2E_e}}.$$

Energileri MeV cinsinden kullanarak sayısal olarak,

$$p_e c = \sqrt{0.511(0.511 + 2 \times 0.511)} \simeq 0.885 \text{ MeV},$$

$$p_p c = \sqrt{0.511(0.511 + 2 \times 938)} \simeq 31.0 \text{ MeV}.$$

Oran şöyledir:

$$\frac{p_p}{p_e} = \sqrt{\frac{1876.511}{1.533}} = 34.9868 \dots$$

Dolayısıyla

$$i'_k \simeq -35.0 i_k \quad (k = 1, \dots, n).$$

Eksi işareti zorunludur: manyetik alanın yönünün tersine çevrilmesi, parçacığın yük işaretinin değişmesini dengeler.

B. Ayırma gücü

de Broglie dalga boyu

$$\lambda = \frac{h}{p}.$$

ile verilir. Açıklık geometrisi sabit olan, kırınım sınırlı bir mikroskop için ayırt edilebilen en küçük cisim uzaklığı dalga boyuyla orantılıdır. Daha açık bir ifadeyle, bu uzaklık

$$d_{\min} = C \frac{\lambda}{\sin \alpha},$$

biçimindedir; burada α açıklığın yarı açısıdır ve C çözünürlük ölçütüne bağlıdır.

A kısmında bulunan alan ölçeklemesi, demet yörüngelerini ve dolayısıyla geometrik çarpanları korur. Böylece

$$\frac{d_p}{d_e} = \frac{\lambda_p}{\lambda_e} = \frac{p_e}{p_p} = \sqrt{\frac{K + 2E_e}{K + 2E_p}} = \frac{1}{34.9868 \dots}.$$

Dolayısıyla,

$$\boxed{d_p \simeq 0.0286 d_e.}$$

Proton mikroskobu, aralarındaki uzaklık yaklaşık 35.0 kat daha küçük olan noktaları ayırt edebilir. Soru metnindeki tanıma göre, ayırt edilebilen en küçük uzaklık anlamındaki “ayırma gücü” bu katsayı kadar azalır. Geleneksel olarak bu uzaklığın tersiyle tanımlanan ayırma gücü ise aynı katsayı kadar artar.

Çözüm, resmi çözümle karşılaştırılarak kontrol edildi.