

IPhO 1989

Theorieaufgaben und Lösungen · Warschau, Polen · 3 Theorieaufgaben mit vollständigen Lösungen

eulersolve.org/iphO/1989/

Aufgabe 1: Sieden zweier nicht mischbarer Flüssigkeiten

Betrachten Sie zwei Flüssigkeiten A und B, die ineinander unlöslich sind. Die Drücke p_i ($i = A$ oder B) ihrer gesättigten Dämpfe gehorchen in guter Näherung der Formel:

$$\ln(p_i/p_o) = \frac{\alpha_i}{T} + \beta_i, \quad i = A \text{ oder } B,$$

wobei p_o den normalen Atmosphärendruck, T die absolute Temperatur des Dampfes und α_i sowie β_i ($i = A$ oder B) bestimmte, von der Flüssigkeit abhängige Konstanten bezeichnen. (Das Symbol $\ln$ bezeichnet den natürlichen Logarithmus, d. h. den Logarithmus zur Basis $e = 2.7182818 \dots$)

Die Werte des Verhältnisses p_i/p_o für die Flüssigkeiten A und B bei den Temperaturen 40°C und 90°C sind in Tab. 1.1 angegeben.

Tabelle 1.1

$t [^\circ\text{C}]$	$p_i/p_o, i = A$	$p_i/p_o, i = B$
40	0.284	0.07278
90	1.476	0.6918

Die Fehler dieser Werte sind vernachlässigbar.

A. Bestimmen Sie die Siedetemperaturen der Flüssigkeiten A und B unter dem Druck p_o .

B. Die Flüssigkeiten A und B wurden in ein Gefäß gegossen, in dem sich die in Abb. 1.1 dargestellten Schichten bildeten. Die Oberfläche der Flüssigkeit B wurde mit einer dünnen Schicht einer nichtflüchtigen Flüssigkeit C bedeckt, die in den Flüssigkeiten A und B unlöslich ist und umgekehrt, wodurch jede freie Verdunstung an der oberen Oberfläche der Flüssigkeit B verhindert wird. Das Verhältnis der Molekülmassen der Flüssigkeiten A und B (in der Gasphase) beträgt:

$$\gamma = \mu_A/\mu_B = 8.$$

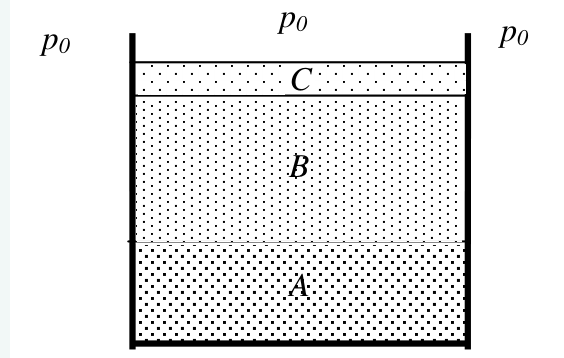


Abb. 1.1

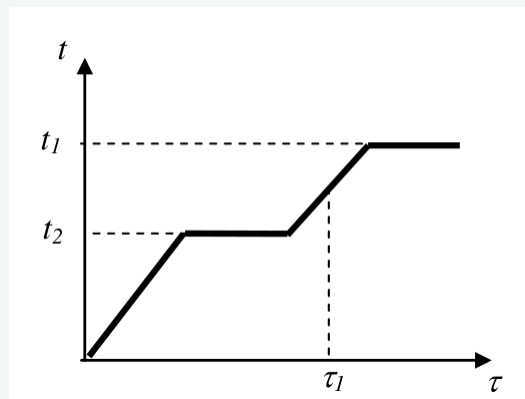


Abb. 1.2

Die Massen der Flüssigkeiten A und B waren anfangs gleich und betrugen jeweils $m = 100\text{g}$. Die Höhen der Flüssigkeitsschichten im Gefäß und die Dichten der Flüssigkeiten sind so klein, dass angenommen werden kann, der Druck sei an jedem Punkt im Gefäß praktisch gleich dem normalen Atmosphärendruck p_0 .

Das Flüssigkeitssystem im Gefäß wird langsam, aber kontinuierlich und gleichmäßig erwärmt. Es wurde festgestellt, dass sich die Temperatur t der Flüssigkeiten mit der Zeit τ so änderte, wie in Abb. 1.2 schematisch dargestellt.

Bestimmen Sie die Temperaturen t_1 und t_2 , die den waagerechten Abschnitten des Diagramms entsprechen, sowie die Massen der Flüssigkeiten A und B zum Zeitpunkt τ_1 . Die Temperaturen sollen auf ganze Grad (in $^{\circ}\text{C}$) gerundet und die Massen der Flüssigkeiten auf ein Zehntel Gramm bestimmt werden.

ANMERKUNG: Nehmen Sie an, dass die Dämpfe der Flüssigkeiten in guter Näherung

(1) dem Dalton'schen Gesetz gehorchen, nach dem der Druck eines Gasgemisches gleich der Summe der Partialdrücke der das Gemisch bildenden Gase ist, und

(2) bis zu den Sättigungsdampfdrücken als ideale Gase behandelt werden können.

Aufgabentext aus dem offiziellen englischen Text übersetzt.

Antworten

- **A.** Die Siedetemperaturen bei Normaldruck betragen

$$t_A = 76.8^\circ\text{C}, \quad t_B = 99.7^\circ\text{C}$$

(also ungefähr 77°C bzw. 100°C).

- **B.** Mit der geforderten Genauigkeit gilt

$$t_1 = 100^\circ\text{C}, \quad t_2 = 67^\circ\text{C},$$

$$m_A(\tau_1) = 0.0 \text{ g}, \quad m_B(\tau_1) = 95.5 \text{ g}.$$

Lösung

A. Siedetemperaturen bei Normaldruck

Eine reine Flüssigkeit siedet, wenn ihr Sättigungsdampfdruck gleich dem äußeren Druck ist. Unter dem Druck p_0 gilt somit

$$p_i(T_{b,i}) = p_0 \quad \Longrightarrow \quad 0 = \frac{\alpha_i}{T_{b,i}} + \beta_i,$$

also

$$T_{b,i} = -\frac{\alpha_i}{\beta_i}.$$

Zur Bestimmung der Konstanten setzen wir

$$T_L = 313.15 \text{ K}, \quad T_H = 363.15 \text{ K},$$

und bezeichnen die zugehörigen tabellierten Druckverhältnisse mit $r_{i,L}$ und $r_{i,H}$. Durch Subtraktion der beiden Dampfdruckgleichungen ergibt sich

$$\alpha_i = \frac{\ln r_{i,H} - \ln r_{i,L}}{T_H^{-1} - T_L^{-1}}, \quad \beta_i = \ln r_{i,L} - \frac{\alpha_i}{T_L}.$$

Mit den angegebenen Daten erhält man:

Flüssigkeit	α_i (K)	β_i
A	-3748.4907	10.711491
B	-5121.6396	13.734914

Daraus folgt

$$T_{b,A} = 349.9504 \text{ K}, \quad T_{b,B} = 372.8920 \text{ K}.$$

Umgerechnet in Grad Celsius ergibt sich

$$t_A = 76.8^\circ\text{C}, \quad t_B = 99.7^\circ\text{C}.$$

B. Die beiden Plateaus und die verbleibenden Massen

Die langsame Erwärmung erlaubt eine quasistatische Betrachtung unter Verwendung der Gleichgewichtsdampfdrücke. Wie angegeben, sind hydrostatische Druckunterschiede vernachlässigbar. Die nichtflüchtige Schicht C verhindert die freie Verdunstung an der Oberfläche.

An der Grenzfläche zwischen A und B enthält eine Dampfblase, die mit beiden Flüssigkeiten im Gleichgewicht steht, gesättigten Dampf beider Flüssigkeiten. Da die Flüssigkeiten nicht mischbar sind, trägt jede bei der gemeinsamen Temperatur ihren eigenen Sättigungsdampfdruck bei. Nach dem Dalton'schen Gesetz gilt

$$p_{\text{bubble}} = p_A(T) + p_B(T).$$

Folglich beginnt das Sieden bei der Temperatur T_2 des unteren Plateaus, die durch

$$p_A(T_2) + p_B(T_2) = p_0$$

bestimmt ist. Mit den angepassten Dampfdruckgesetzen ergibt sich

$$\exp\left(\frac{\alpha_A}{T_2} + \beta_A\right) + \exp\left(\frac{\alpha_B}{T_2} + \beta_B\right) = 1.$$

Die numerische Lösung liefert

$$T_2 = 340.1208 \text{ K}, \quad t_2 = 66.9708^\circ\text{C}.$$

Somit gilt

$$t_2 = 67^\circ\text{C}.$$

Bei dieser Temperatur gilt

$$\frac{p_A}{p_0} = 0.7337662, \quad \frac{p_B}{p_0} = 0.2662338.$$

Solange beide Flüssigkeiten vorhanden sind, hängen ihre Sättigungsdampfdrücke nur von der Temperatur ab, sodass das Sieden bei dieser festen Temperatur fortgesetzt wird. Die zugeführte Wärme liefert die latente Verdampfungswärme.

Um zu bestimmen, welche Flüssigkeit zuerst vollständig verdampft ist, betrachten wir ein Volumen V des entweichenden Dampfgemisches. Die ideale Gasgleichung ergibt für jede Komponente

$$p_A V = n_A R T_2, \quad p_B V = n_B R T_2,$$

und damit

$$\frac{n_A}{n_B} = \frac{p_A}{p_B}.$$

Das Verhältnis der Molekülmassen ist zugleich das Verhältnis der molaren Massen. Daher gilt für die positiven, durch Verdampfung verlorenen Massen

$$\frac{dm_A^{\text{evap}}}{dm_B^{\text{evap}}} = \frac{\mu_A p_A}{\mu_B p_B} = \gamma \frac{p_A}{p_B}.$$

Numerisch ergibt sich

$$\gamma \frac{p_A}{p_B} = 8 \frac{0.7337662}{0.2662338} = 22.0488.$$

Dieses Verhältnis bleibt während des gesamten unteren Plateaus konstant. Da die Anfangsmassen gleich sind, **ist A zuerst vollständig verdampft**. Wenn seine gesamten 100 g verdampft sind, beträgt die verlorene Masse von B

$$\Delta m_B = \frac{100}{22.0488} \text{ g} = 4.5354 \text{ g}.$$

Die verbleibenden Flüssigkeitsmassen betragen daher

$$m_A = 0, \quad m_B = 100 - 4.5354 = 95.4646 \text{ g.}$$

Sobald A vollständig verdampft ist, reicht der Dampfdruck von B allein nicht aus, um bei T_2 zu siedern, denn

$$p_B(T_2) = 0.2662338 p_0 < p_0.$$

Das Sieden hört auf, und die Temperatur steigt, bis B seine Siedetemperatur bei Normaldruck erreicht. Das obere Plateau liegt daher bei

$$t_1 = t_B = 99.7420^\circ\text{C},$$

was gerundet

$$t_1 = 100^\circ\text{C}$$

ergibt.

Der markierte Zeitpunkt τ_1 liegt auf dem ansteigenden Abschnitt zwischen den beiden Plateaus. Zu diesem Zeitpunkt ist A verschwunden, B hat noch nicht wieder zu siedern begonnen, und die Schicht C verhindert die freie Verdunstung an der Oberfläche. Somit bleiben die Flüssigkeitsmassen gleich denen am Ende des unteren Plateaus:

$$m_A(\tau_1) = 0.0 \text{ g}, \quad m_B(\tau_1) = 95.5 \text{ g}.$$

Die Lösung wurde mit der offiziellen Lösung abgeglichen. Wo diese Lösung von der offiziellen Lösung abweicht, enthält die offizielle Lösung einen Fehler oder Druckfehler.

Aufgabe 2: Drei gravitativ wechselwirkende Massen, die wie ein starrer Körper rotieren

Drei nicht auf einer Geraden liegende Punkte P_1 , P_2 und P_3 mit bekannten Massen m_1 , m_2 und m_3 wechselwirken ausschließlich durch ihre gegenseitigen Gravitationskräfte; sie sind im freien Raum isoliert und wechselwirken mit keinen anderen Körpern. Mit σ sei die Achse bezeichnet, die durch den Schwerpunkt der drei Massen verläuft und senkrecht auf dem Dreieck $P_1P_2P_3$ steht. Welche Bedingungen müssen die Winkelgeschwindigkeiten ω des Systems (um die Achse σ) und die Abstände

$$P_1P_2 = a_{12}, \quad P_2P_3 = a_{23}, \quad P_1P_3 = a_{13},$$

erfüllen, damit Form und Größe des Dreiecks $P_1P_2P_3$ während der Bewegung des Systems unverändert bleiben, d. h., unter welchen Bedingungen rotiert das System wie ein starrer Körper um die Achse σ ?

Aufgabentext aus dem offiziellen englischen Text übersetzt.

Antworten

- **Aufgabe 2:** Das Dreieck muss gleichseitig sein:

$$a_{12} = a_{23} = a_{13} = a > 0.$$

Alle drei Massen müssen mit derselben konstanten Winkelgeschwindigkeit rotieren, deren Betrag die Beziehung

$$\omega^2 = \frac{G(m_1 + m_2 + m_3)}{a^3}.$$

erfüllt. Beide Drehrichtungen sind möglich. Diese Bedingungen sind für beliebige positive Massen notwendig und hinreichend; die Massen müssen nicht gleich sein.

Lösung

Aufgabe 2

Wir verwenden die Newtonschen Bewegungsgesetze und das Newtonsche Gravitationsgesetz für Punktmassen. Wir definieren

$$M = m_1 + m_2 + m_3.$$

Es wirkt keine äußere Kraft, daher bewegt sich der Schwerpunkt geradlinig gleichförmig. Wir betrachten das System in einem Inertialsystem, in dem der Schwerpunkt ruht, und bezeichnen mit $\mathbf{r}_i$ den Ortsvektor von P_i relativ zum Schwerpunkt. Dann gilt

$$\sum_{i=1}^3 m_i \mathbf{r}_i = \mathbf{0}.$$

Bei einer Rotation wie ein starrer Körper um die senkrechte Achse σ haben alle drei Massen eine gemeinsame Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}$. Ihr Drehimpuls bezüglich des Schwerpunkts ist

$$\mathbf{L} = I\boldsymbol{\omega}, \quad I = \sum_{i=1}^3 m_i |\mathbf{r}_i|^2.$$

Die Gravitationskräfte sind innere Zentralkräfte, daher verschwindet ihr gesamtes Drehmoment und $\mathbf{L}$ bleibt erhalten. Da bei einem starren Dreieck I konstant ist, ist auch $\boldsymbol{\omega}$ konstant. Folglich gilt

$$\ddot{\mathbf{r}}_i = -\omega^2 \mathbf{r}_i.$$

Nach Division durch m_i fordert das zweite Newtonsche Gesetz daher

$$-\omega^2 \mathbf{r}_i = G \sum_{j \neq i} \frac{m_j}{a_{ij}^3} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i). \quad (1)$$

Aus der Schwerpunktsbeziehung folgt außerdem

$$\sum_{j \neq i} m_j (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) = -M \mathbf{r}_i. \quad (2)$$

Setzt man (2) in die linke Seite von (1) ein und formt um, erhält man

$$\sum_{j \neq i} m_j \left(\frac{G}{a_{ij}^3} - \frac{\omega^2}{M} \right) (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) = \mathbf{0}. \quad (3)$$

An jedem Eckpunkt sind die beiden Vektoren, die zu den anderen Eckpunkten zeigen, linear unabhängig, da die drei Punkte nicht auf einer Geraden liegen. Daher müssen beide Koeffizienten in (3) verschwinden. Für positive Massen folgt daraus für jedes Paar

$$\frac{G}{a_{ij}^3} = \frac{\omega^2}{M}.$$

Somit gilt

$$a_{12} = a_{23} = a_{13} = a, \quad \omega^2 = \frac{GM}{a^3}.$$

Damit ist die Notwendigkeit bewiesen.

Um zu zeigen, dass die Bedingungen hinreichend sind, betrachten wir eine gleichseitige Anordnung mit der Seitenlänge a . Die Gravitationsbeschleunigung jeder Masse ist

$$\ddot{\mathbf{r}}_i = \frac{G}{a^3} \sum_{j \neq i} m_j (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) = -\frac{GM}{a^3} \mathbf{r}_i.$$

Die auf sie wirkende resultierende Gravitationskraft zeigt also zum Schwerpunkt und liefert genau die erforderliche Zentripetalbeschleunigung, wenn

$$\omega^2 = \frac{GM}{a^3}.$$

Wir wählen die Anfangsgeschwindigkeiten im Schwerpunktsystem gemäß

$$\dot{\mathbf{r}}_i(0) = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i(0), \quad \boldsymbol{\omega} \parallel \boldsymbol{\sigma}.$$

Die entsprechende gleichförmige Rotation erhält das gleichseitige Dreieck und erfüllt die Newtonschen Gleichungen zu jedem Zeitpunkt. Die Bedingungen sind daher auch hinreichend. Eine beliebige geradlinig gleichförmige Bewegung des Schwerpunkts kann überlagert werden.

Die Lösung wurde mit der offiziellen Lösung abgeglichen.

Aufgabe 3: Vom Elektronenmikroskop zum Protonenmikroskop

In dieser Aufgabe wird untersucht, wie ein Elektronenmikroskop mit magnetischer Führung des Elektronenstrahls (der durch die Potentialdifferenz $U = 511 \text{ kV}$ beschleunigt wird) in ein Protonenmikroskop umgewandelt werden kann (in dem der Protonenstrahl durch die Potentialdifferenz $-U$ beschleunigt wird). Lösen Sie dazu die folgenden beiden Aufgaben:

A. Ein Elektron tritt nach dem Verlassen einer Vorrichtung, in der es durch die Potentialdifferenz U beschleunigt wurde, in einen Bereich mit einem inhomogenen Feld $\mathbf{B}$ ein, das von einem System ortsfester Spulen $L_1, L_2, \dots, L_n$ erzeugt wird. Die bekannten Ströme in diesen Spulen sind $i_1, i_2, \dots, i_n$.

Welche Ströme $i'_1, i'_2, \dots, i'_n$ müssen in den Spulen $L_1, L_2, \dots, L_n$ fließen, damit das Proton (das zuvor durch die Potentialdifferenz $-U$ beschleunigt wurde) entlang derselben Bahn (und in derselben Richtung) wie das Elektron geführt wird?

HINWEIS: Die Aufgabe lässt sich lösen, indem man eine Bedingung dafür findet, dass die Gleichung zur Beschreibung der Bahn in beiden Fällen dieselbe ist. Dabei kann die folgende Beziehung hilfreich sein:

$$\mathbf{p} \frac{d}{dt} \mathbf{p} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \mathbf{p}^2 = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} p^2.$$

B. Um welchen Faktor würde das Auflösungsvermögen des oben beschriebenen Mikroskops zunehmen oder abnehmen, wenn der Elektronenstrahl durch den Protonenstrahl ersetzt würde? Nehmen Sie an, dass das Auflösungsvermögen des Mikroskops (d. h. der kleinste Abstand zwischen zwei punktförmigen Objekten, deren kreisförmige Bilder gerade noch getrennt werden können) nur von den Welleneigenschaften der Teilchen abhängt.

Nehmen Sie an, dass die Geschwindigkeiten der Elektronen und Protonen vor ihrer Beschleunigung null sind und dass weder bei den Elektronen noch bei den Protonen eine Wechselwirkung zwischen ihrem eigenen magnetischen Moment und dem Magnetfeld auftritt. Nehmen Sie außerdem an, dass die von den bewegten Teilchen ausgesandte elektromagnetische Strahlung vernachlässigt werden kann.

ANMERKUNG: Physiker verwenden sehr häufig 1 Elektronenvolt (1 eV) und dessen Vielfache wie 1 keV oder 1 MeV als Energieeinheit. 1 Elektronenvolt ist die Energie, die ein Elektron beim Durchlaufen einer Potentialdifferenz von 1 V gewinnt.

Führen Sie die Berechnungen mit den folgenden Daten durch:

Ruheenergie des Elektrons:	$E_e = m_e c^2 = 511 \text{ keV}$
Ruheenergie des Protons:	$E_p = m_p c^2 = 938 \text{ MeV}$

Aufgabentext aus dem offiziellen englischen Text übersetzt.

Antworten

- A.** Kehren Sie die Richtung jedes Spulenstroms um und multiplizieren Sie seinen Betrag mit ungefähr 35.0:

$$i'_k = -\sqrt{\frac{2E_p + eU}{2E_e + eU}} i_k \simeq -35.0 i_k, \quad k = 1, \dots, n.$$

- **B.** Der kleinste auflösbare Abstand beträgt nun

$$\frac{d_p}{d_e} = \frac{\lambda_p}{\lambda_e} \simeq 0.0286.$$

Somit **nimmt** der kleinste Abstand — die in der Aufgabenstellung als „Auflösungsvermögen“ bezeichnete Größe — **um den Faktor 35.0 ab**. Die Fähigkeit, feine Details aufzulösen, verbessert sich um diesen Faktor; das üblicherweise als $1/d$ definierte Auflösungsvermögen nimmt um den Faktor 35.0 zu.

Lösung

A. Spulenströme

Es sei $e > 0$ die Elementarladung, sodass $q_e = -e$ und $q_p = +e$ gilt. Nach der Beschleunigung wird die Bewegung im Magnetfeld durch die relativistische Bewegungsgleichung mit der Lorentzkraft beschrieben:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}, \quad \mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}.$$

Bildet man das Skalarprodukt mit $\mathbf{p}$, das parallel zu $\mathbf{v}$ ist, erhält man

$$\frac{1}{2} \frac{d(p^2)}{dt} = \mathbf{p} \cdot \frac{d\mathbf{p}}{dt} = q\mathbf{p} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = 0.$$

Der Impulsbetrag p bleibt also konstant. Dies gilt auch bei einem inhomogenen Magnetfeld, sofern wie angegeben die Wechselwirkung der magnetischen Momente mit dem Feld und die Strahlung vernachlässigt werden.

Um die räumliche Bahn unabhängig von der Geschwindigkeit des Teilchens zu beschreiben, sei s die in Bewegungsrichtung zunehmende Bogenlänge und

$$\mathbf{t} = \frac{d\mathbf{r}}{ds}$$

der Einheitstangentenvektor. Dann gelten $\mathbf{p} = p\mathbf{t}$, $\mathbf{v} = v\mathbf{t}$ und $ds/dt = v$. Folglich ist

$$pv \frac{d\mathbf{t}}{ds} = qv\mathbf{t} \times \mathbf{B},$$

sodass die Bahngleichungen lauten:

$$\frac{d\mathbf{r}}{ds} = \mathbf{t}, \quad \frac{d\mathbf{t}}{ds} = \frac{q}{p} \mathbf{t} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}).$$

Für das Elektron in $\mathbf{B}$ und das Proton in einem neuen Feld $\mathbf{B}'$ stimmen diese Gleichungen überein, wenn

$$\frac{e}{p_p} \mathbf{B}' = -\frac{e}{p_e} \mathbf{B},$$

also

$$\mathbf{B}'(\mathbf{r}) = -\frac{p_p}{p_e} \mathbf{B}(\mathbf{r}).$$

Bei gleichem Eintrittspunkt und gleicher Eintrittsrichtung durchlaufen daher beide Teilchen dieselbe räumliche Bahn in derselben Richtung.

Das Magnetfeld des Spulensystems hängt linear von den Spulenströmen ab. Wird jeder Strom mit demselben Faktor multipliziert, so wird das Feld an jedem Ort mit diesem Faktor multipliziert. Die erforderliche Wahl ist somit

$$i'_k = -\frac{p_p}{p_e} i_k.$$

Es bleibt, das Verhältnis der Impulsbeträge zu berechnen. Beide Teilchen starten aus der Ruhe und gewinnen dieselbe kinetische Energie:

$$K = eU = 511 \text{ keV} = 0.511 \text{ MeV}.$$

Das Elektron muss relativistisch behandelt werden, da $K = E_e$ gilt. Wir verwenden für beide Teilchen die exakte relativistische Beziehung:

$$(K + mc^2)^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4.$$

Daraus folgt

$$pc = \sqrt{K(K + 2mc^2)},$$

und

$$\frac{p_p}{p_e} = \sqrt{\frac{K + 2E_p}{K + 2E_e}}.$$

Setzt man die Energien in MeV ein, erhält man numerisch

$$p_e c = \sqrt{0.511(0.511 + 2 \times 0.511)} \simeq 0.885 \text{ MeV},$$

$$p_p c = \sqrt{0.511(0.511 + 2 \times 938)} \simeq 31.0 \text{ MeV}.$$

Das Verhältnis beträgt

$$\frac{p_p}{p_e} = \sqrt{\frac{1876.511}{1.533}} = 34.9868 \dots$$

Somit gilt

$$i'_k \simeq -35.0 i_k \quad (k = 1, \dots, n).$$

Das negative Vorzeichen ist wesentlich: Die Umkehrung des Magnetfelds gleicht den Vorzeichenwechsel der Teilchenladung aus.

B. Auflösungsvermögen

Die De-Broglie-Wellenlänge ist

$$\lambda = \frac{h}{p}.$$

Bei einem beugungsbegrenzten Mikroskop mit fester Aperturgeometrie ist der kleinste auflösbare Objektabstand proportional zur Wellenlänge. Genauer hat er die Form

$$d_{\min} = C \frac{\lambda}{\sin \alpha},$$

wobei α der halbe Öffnungswinkel ist und C vom Auflösungskriterium abhängt.

Die in Teil A gefundene Skalierung des Felds erhält die Strahlbahnen und damit die geometrischen Faktoren. Somit gilt

$$\frac{d_p}{d_e} = \frac{\lambda_p}{\lambda_e} = \frac{p_e}{p_p} = \sqrt{\frac{K + 2E_e}{K + 2E_p}} = \frac{1}{34.9868 \dots}.$$

Daraus folgt

$$\boxed{d_p \simeq 0.0286 d_e.}$$

Das Protonenmikroskop kann Punkte unterscheiden, deren Abstand ungefähr um den Faktor 35.0 kleiner ist. Nach der Definition in der Aufgabenstellung nimmt sein „Auflösungsvermögen“, also der kleinste auflösbare Abstand, um diesen Faktor ab. Das übliche, als Kehrwert dieses Abstands definierte Auflösungsvermögen nimmt um denselben Faktor zu.

Die Lösung wurde mit der offiziellen Lösung abgeglichen.