

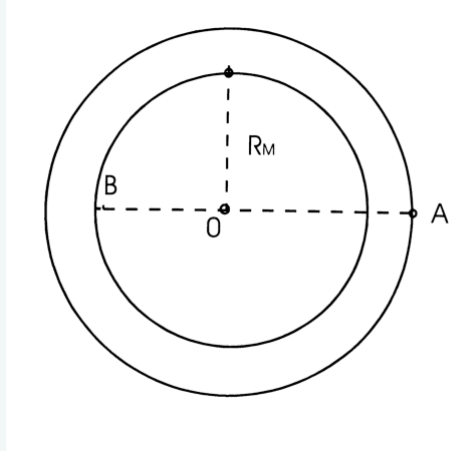
IPhO 1979

Teorik sorular ve çözümler · Moskova, SSCB · 3 teori sorusu, tam çözümleriyle

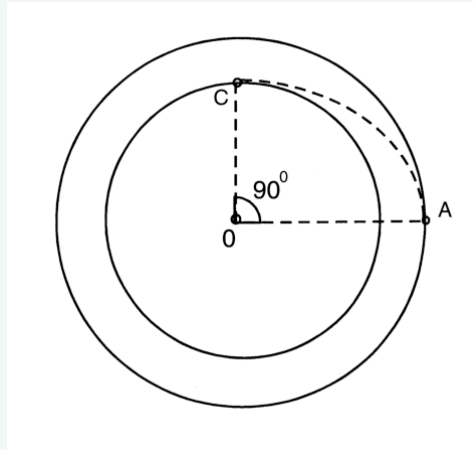
eulersolve.org/ipho/1979/

Soru 1: Bir uzay aracının Ay yörüngesinden indirilmesi

Kütlesi $M = 12t$ olan bir uzay roketi, Ay çevresinde $h = 100$ km yükseklikteki dairesel yörüngede hareket etmektedir. Ay'a iniş yörüngesine geçmek için motor kısa bir süre çalıştırılır. Püskürtülen gazların hızı $u = 10^4$ m/s. Ay'ın yarıçapı $R_M = 1,7 \cdot 10^3$ km, Ay yüzeyinin yakınındaki yerçekimi ivmesi $g_M = 1.7$ m/s²



Şekil 1



Şekil 2

- 1). Yörünge'nin A noktasında frenleme motoru çalıştırıldığında roketin Ay'a B noktasında inmesi için ne kadar yakıt harcanmalıdır (Şekil 1)?
- 2). İkinci iniş senaryosunda, roketi Ay yüzeyiyle C noktasında buluşan yörüngeye sokmak için A noktasında roketi Ay'ın merkezine doğru yönelmiş bir itme verilir (Şekil 2). Bu durumda ne kadar yakıt gereklidir?

Cevaplar

- 1). $\Delta m_1 \simeq 29 \text{ kg}$; teğetsel frenleme hız değişimi 23.77 m/s büyüklüğündedir.
- 2). $\Delta m_2 \simeq 1.2 \times 10^2 \text{ kg}$; içeriye doğru radyal hız değişimi 97.18 m/s büyüklüğündedir.

İdeal roket denklemi, verilen verilerin hassasiyetine göre yuvarlama yapılmadan önce sırasıyla yaklaşık 28.49 kg ve 116.05 kg verir.

Çözüm

Ay'ı, uzaklığın karesiyle ters orantılı bir kütleçekim alanına sahip küresel bir cisim olarak ele alalım. Motor, yanma süresince uzay aracının konumundaki değişim ve kütleçekiminin itmesi ihmal edilebilecek kadar kısa süre çalışır. Egzoz hızı u , uzay aracına göre ölçülür.

Şöyle yazalım:

$$R = R_M = 1.7 \times 10^6 \text{ m}, \quad r_0 = R + h = 1.8 \times 10^6 \text{ m}.$$

Ay'ın kütleçekim parametresi

$$\mu = GM_{Ay} = g_M R^2 = 4.913 \times 10^{12} \text{ m}^3/\text{s}^2.$$

Buna göre başlangıçtaki dairesel yörünge hızı

$$v_0 = \sqrt{\frac{\mu}{r_0}} \simeq 1652.10 \text{ m/s}.$$

Büyüklüğü Δv olan bir hız değişimi oluşturan motor ateşlemesi için momentumun korunumu ideal roket denklemini verir:

$$\Delta v = u \ln \frac{M}{M - \Delta m}.$$

Dolayısıyla,

$$\Delta m = M \left(1 - e^{-\Delta v/u} \right).$$

$\Delta v/u \ll 1$ olduğunda bu ifade

$$\Delta m \simeq \frac{M \Delta v}{u}$$

biçimini alır.

Burada yüzeye ulaşmak, istenen yörüngesel temas olarak anlaşılmalıdır. Uzay aracı orada sıfırdan farklı bir teğetsel hıza sahip olmaya devam eder; yumuşak iniş için ek frenleme gerekir.

1). A'da teğetsel frenleme, B'ye ulaşma

Frenleme itmesi, başlangıç hızına zıt yönde etki eder. Hemen ardından hız teğetsel kalır, ancak dairesel yörünge hızından küçüktür. Bu nedenle A, yeni eliptik yörüngenin enöte noktasıdır. Bunun tam karşısındaki enberi noktası, R yarıçapındaki B noktası olmalıdır.

Bu elips üzerinde A ve B noktalarındaki süratler v_A ve v_B olsun. Birim kütle başına açısal momentumun korunumu

$$r_0 v_A = R v_B$$

bağıntısını verir. Birim kütle başına mekanik enerjinin korunumu

$$\frac{v_A^2}{2} - \frac{\mu}{r_0} = \frac{v_B^2}{2} - \frac{\mu}{R}$$

bağıntısını verir. v_B elendiğinde,

$$v_A^2 \left(\frac{r_0^2}{R^2} - 1 \right) = 2\mu \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r_0} \right),$$

dolayısıyla

$$v_A^2 = \frac{2\mu R}{r_0(r_0 + R)}.$$

Bu nedenle hızda gereken azalma

$$\Delta v_1 = v_0 - v_A = \sqrt{\frac{\mu}{r_0}} \left(1 - \sqrt{\frac{2R}{r_0 + R}} \right).$$

Sayısal olarak,

$$\Delta v_1 = 1652.10 \left(1 - \sqrt{\frac{3.4}{3.5}} \right) \simeq 23.77 \text{ m/s}.$$

Böylece

$$\Delta m_1 = 12000 \left(1 - e^{-23.7725/10000} \right) \text{ kg} \simeq 28.49 \text{ kg},$$

ya da uygun sayıda anlamlı basamakla,

$$\Delta m_1 \simeq 29 \text{ kg}.$$

Geçiş boyunca yarıçap r_0 'dan R 'ye azalır; dolayısıyla B, yörüngenin Ay yüzeyine temas ettiği ilk noktadır.

2). A'da radyal itme, C'ye ulaşma

Motorun kazandırdığı içeriye doğru hız w olsun. Motorun çalışmasının hemen ardından,

$$v_r = -w, \quad v_t = v_0.$$

Hız değişiminin büyüklüğü

$$\Delta v_2 = w.$$

İtme radyal olduğundan, özgül açısal momentum değişmez:

$$\ell = r_0 v_0, \quad \ell^2 = \mu r_0.$$

θ , A'dan itibaren hareket yönünde Ay'ın çevresinde taranan açı olsun. İstenen temas noktası C için

$$\theta_C = \frac{\pi}{2}.$$

Yörüngeyi belirlemek için $q(\theta) = 1/r(\theta)$ alalım. Açısal momentumun korunumu

$$\dot{r} = -\ell q',$$

bağıntısını verir; burada üstteki kesme işaretleri θ 'ya göre türevleri gösterir. Uzaklığın karesiyle ters orantılı kütleçekim için Newton'un radyal hareket denklemi buradan

$$q'' + q = \frac{\mu}{\ell^2} = \frac{1}{r_0}$$

sonucunu verir.

A noktasında,

$$q(0) = \frac{1}{r_0}, \quad q'(0) = \frac{w}{\ell}.$$

Bu koşulları sağlayan çözüm

$$q(\theta) = \frac{1}{r_0} + \frac{w}{\ell} \sin \theta,$$

ya da

$$r(\theta) = \frac{r_0}{1 + (w/v_0) \sin \theta}.$$

$r(\pi/2) = R$ koşulu uygulandığında

$$R = \frac{r_0}{1 + w/v_0},$$

ve dolayısıyla

$$\Delta v_2 = w = v_0 \left(\frac{r_0}{R} - 1 \right) = v_0 \frac{h}{R} = h \sqrt{\frac{g_M}{R + h}}.$$

Yarıçap A ile C arasında sürekli azalır ve türevi C'de sıfır olur. Dolayısıyla C, enberi noktası ve Ay yüzeyiyle ilk temas noktasıdır.

Sayısal olarak,

$$\Delta v_2 = 1652.10 \frac{100}{1700} \simeq 97.18 \text{ m/s}.$$

Gereken yakıt miktarı

$$\Delta m_2 = 12000 \left(1 - e^{-97.1825/10000} \right) \text{ kg} \simeq 116.05 \text{ kg},$$

böylece

$$\Delta m_2 \simeq 1.2 \times 10^2 \text{ kg}.$$

Yakıt miktarının küçük olduğu yaklaşım kullanıldığında 1. kısım için 28.53 kg, 2. kısım için 116.62 kg elde edilir; bunlar yuvarlanmış cevaplarla tutarlıdır.

Çözüm, resmi çözümle karşılaştırılarak kontrol edildi.

Soru 2: Bir numunenin kuru ve nemli havada tartılması

Alüminyumdan yapılmış bir numune, bir analitik terazide pirinç tartı kütleleri kullanılarak tartılmaktadır. Tartım bir kez kuru havada, bir kez de su buharı basıncı $P_h = 2 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ olan nemli havada yapılmaktadır. Toplam atmosfer basıncı ($P = 10^5 \text{ Pa}$) ve sıcaklık ($t = 20^\circ \text{ C}$) her iki durumda da aynıdır.

Terazinin duyarlılığı $m_0 = 0.1 \text{ mg}$ olduğuna göre, terazi okumaları arasındaki farkın ayırt edilebilmesi için numunenin kütlesi ne olmalıdır?

Alüminyumun yoğunluğu $\rho_1 = 2700 \text{ kg/m}^3$, pirincin yoğunluğu $\rho_2 = .8500 \text{ kg/m}^3$.

Soru metni resmi İngilizce metinden çevrilmiştir.

Cevaplar

- **Soru 2.** Numunenin kütlesi en az yaklaşık olarak

$$m_{\min} \simeq 4.4 \times 10^{-2} \text{ kg} = 44 \text{ g.}$$

olmalıdır. Terazi okuması nemli havada daha yüksektir; eşik değerinde artış 0.1 mg olur.

Çözüm

Soru 2.

Kuru havayı ve su buharını ideal gaz olarak ele alalım ve numune ile tartı kütlelerinin kütlelerinin ve hacimlerinin değişmediğini varsayalım. Soru metnindeki sayının başında yer alan noktayı bir baskı hatası olarak yorumlayarak pirincin yoğunluğunu 8500 kg/m^3 alıyoruz.

Önce hava yoğunluğundaki değişimi bulalım. Molar kütlesi M olan bir ideal gaz için

$$\rho = \frac{pM}{RT}.$$

Nemli havada Dalton yasasına göre kuru havanın kısmi basıncı $P - P_h$ olur. Dolayısıyla kuru havanın ve su buharının molar kütlelerini sırasıyla M_a ve M_v ile gösterirsek,

$$\rho_d = \frac{PM_a}{RT}, \quad \rho_h = \frac{(P - P_h)M_a + P_h M_v}{RT}.$$

Bunun sonucunda,

$$\Delta\rho \equiv \rho_d - \rho_h = \frac{P_h(M_a - M_v)}{RT}.$$

Su buharının molar kütlesi kuru havanınkinden daha küçük olduğundan, aynı toplam basınç ve sıcaklıkta nemli havanın yoğunluğu daha düşüktür.

Standart yaklaşık sabit değerlerini

$$M_a = 29 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}, \quad M_v = 18 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}, \quad R = 8.314 \text{ J/(mol K)},$$

ve $T = 293.15 \text{ K}$ değerini kullanarak

$$\Delta\rho = \frac{(2 \times 10^3)(29 - 18) \times 10^{-3}}{8.314 \times 293.15} \simeq 9.03 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3.$$

elde ederiz.

Şimdi **hem** numuneye **hem de** pirinç tartı kütlelerine etki eden kaldırma kuvvetini hesaba katalım.

Numunenin gerçek kütlesi m , yoğunluğu ρ olan havada denge için gereken toplam pirinç kütlesi ise m_b olsun. Bunların hacimleri m/ρ_1 ve m_b/ρ_2 olur. Arşimet ilkesi ve görünen ağırlıkların eşitliği,

$$mg - \rho g \frac{m}{\rho_1} = m_b g - \rho g \frac{m_b}{\rho_2}.$$

bağıntısını verir. Dolayısıyla terazi okuması

$$m_b(\rho) = m \frac{1 - \rho/\rho_1}{1 - \rho/\rho_2}.$$

olur.

Nemli havadaki okuma ile kuru havadaki okuma arasındaki fark

$$\Delta m_b = \frac{m(\rho_d - \rho_h) \left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right)}{\left(1 - \frac{\rho_d}{\rho_2} \right) \left(1 - \frac{\rho_h}{\rho_2} \right)}.$$

olur. Burada $\rho_d \simeq 1.190 \text{ kg/m}^3$ ve $\rho_h \simeq 1.181 \text{ kg/m}^3$ olduğundan, payda birden yalnızca yaklaşık 0.028% kadar farklıdır. Gereken doğruluk düzeyinde,

$$\Delta m_b \simeq m \Delta\rho \left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right) \simeq m(2.28 \times 10^{-6}).$$

Bu fark pozitiftir: alüminyum numunenin birim kütle başına hacmi daha büyüktür; dolayısıyla hava yoğunluğunun azalması, numunenin görünen ağırlığını pirinç tartı kütlelerinininkinden daha fazla artırır.

Farkın algılanabilmesi için

$$\Delta m_b \geq m_0 = 0.1 \text{ mg} = 1.0 \times 10^{-7} \text{ kg}.$$

koşulu sağlanmalıdır. Buradan

$$m_{\min} \simeq \frac{1.0 \times 10^{-7}}{(9.03 \times 10^{-3}) \left(\frac{1}{2700} - \frac{1}{8500} \right)} \simeq 4.38 \times 10^{-2} \text{ kg} \simeq \boxed{44 \text{ g}}.$$

elde edilir.

Çözüm, resmi çözümle karşılaştırılarak kontrol edildi.

Soru 3: Ay'ın lazerle konumunun belirlenmesi

Ay'ın optik yöntemle konumunun belirlenmesine yönelik Sovyet-Fransız deneyinde, bir yakut lazerinin ($\lambda = 0,69 \mu\text{m}$) ışık darbesi, ayna çapı $D = 2,6 \text{ m}$ olan bir teleskopla Ay yüzeyine yönlendirildi. Ay yüzeyindeki yansıtıcı, çapı $d = 20 \text{ cm}$ olan ideal bir ayna gibi ışığı geriye yansıttı. Yansıyan ışık daha sonra aynı teleskopla toplandı ve fotodedektör üzerine odaklandı.

- 1) Bu deneyde teleskobun optik eksenini yönlendirme hassasiyeti ne olmalıdır?
- 2) Dünya atmosferindeki ışık kayıplarını ihmal edersek, yayılan lazer enerjisinin ne kadarlık bir bölümü Ay'dan yansıdıktan sonra algılanabilir?
- 3) Tek bir lazer darbesinin enerjisi $E = 1 \text{ J}$ ve gözün algılama eşiği $n = 100$ ışık kuantumu ise, yansıyan bir ışık darbesini çıplak gözle görebilir miyiz?
- 4) Ay yüzeyinin, üzerine düşen ışığın $\alpha = 10\%$ kadarını 2π steradyanlık katı açısı içine yansıttığını varsayarak, yansıtıcı kullanmanın sağladığı avantajı tahmin edin.

Dünya ile Ay arasındaki uzaklık $L = 380000 \text{ km}$ 'dir. Göz bebeğinin çapı $d_p = 5 \text{ mm}$ 'dir. Planck sabiti $h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ 'dir.

Soru metni resmi İngilizce metinden çevrilmiştir.

Cevaplar

Aşağıdaki sayısal sonuçlarda dairesel teleskop açıklığının düzgün ve eşevreli biçimde aydınlatıldığı, yansıtıcının merkezde bulunduğu ve ışığın ideal biçimde toplandığı varsayılmıştır.

1. Yönlendirme hassasiyeti şu mertebede olmalıdır:

$$\delta\theta \lesssim 3 \times 10^{-7} \text{ rad} \approx 0.06''.$$

2. Teleskop tarafından toplanan enerji oranı şöyledir:

$$\eta = \left(\frac{\pi D d}{4 \lambda L} \right)^4 \approx 5.9 \times 10^{-12}.$$

3. **Hayır.** Çıplak göze ulaşan foton sayısı yaklaşık olarak

$$N_{\text{eye}} \approx 76 \text{ foton} < 100.$$

4. Aydınlatılan Ay yüzeyi bölgesinin tamamından gelen dağınık yansımaya kıyasla yansıtıcı, alınan enerjiyi yaklaşık olarak şu katsayıyla artırır:

$$G \approx 1.0 \times 10^7.$$

Kırınım lekelerinin düzgün aydınlatıldığını kabul eden temel yaklaşım, $\eta \approx 10^{-12}$, $N_{\text{eye}} \approx 12$ ve $G \approx 1.7 \times 10^6$ sonuçlarını verir. Aradaki fark, aşağıda açıklandığı gibi, kırınım şiddet profilinden kaynaklanır.

Çözüm

Şu değerleri alıyoruz:

$$\lambda = 6.9 \times 10^{-7} \text{ m}, \quad L = 3.8 \times 10^8 \text{ m}, \quad c = 3.0 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}.$$

Atmosferik soğurmayı, optik kayıpları ve dedektörün verimsizliğini ihmal ediyoruz. Lazer, teleskop açıklığını eşevreli biçimde doldurur ve yansıtıcı, giden demetin merkezindedir.

1) Gerekli yönlendirme hassasiyeti

Sonlu bir açıklık kırınımına yol açar. Çapı a olan bir açıklık için karakteristik açısal yayılma

$$\theta \sim \frac{\lambda}{a}$$

şeklindedir. Düzgün aydınlatılan dairesel bir açıklık için ilk karanlık halka şu açıda oluşur:

$$\theta_1 = 1.22 \frac{\lambda}{a}.$$

Işığın gönderen teleskop için

$$\frac{\lambda}{D} = \frac{6.9 \times 10^{-7}}{2.6} = 2.65 \times 10^{-7} \text{ rad} = 0.0547''.$$

İlk karanlık halkanın açısı $3.24 \times 10^{-7} \text{ rad} = 0.0668''$ 'dir.

Buna karşılık gelen, Ay üzerindeki merkezi kırınım lekesinin yarıçapı

$$r_1 = L\theta_1 \approx 123 \text{ m},$$

olup yansıtıcının 0.10 m olan yarıçapından çok daha büyüktür.

$\delta\theta$ büyüklüğündeki bir yönlendirme hatası, demetin merkezini $L\delta\theta$ kadar kaydırır. Yansıtıcının merkezi kırınım lekesi içinde kalması için bu yer değiştirme kabaca 10^2 m 'den küçük olmalıdır. Dolayısıyla

$$\delta\theta \lesssim 3 \times 10^{-7} \text{ rad} \approx 0.06''.$$

Geri dönen enerjinin maksimuma yakın olması için yönlendirme hatası bu karakteristik genişlikten belirgin ölçüde küçük olmalıdır.

2) Lazer enerjisinin yansımadan sonra toplanan oranı

Kırınım iki kez gerçekleşir: önce ışığı gönderen teleskopta, ardından Ay'daki yansıtıcıda.

Dairesel açıklığa ait sayısal çarpanı korumak için, alanı A olan düzgün aydınlatılmış bir açıklık ele alalım. Uzak alanda, açıklığın tüm kısımlarından gelen katkılar açıklığın eksenine aynı fazda ulaşır. Huygens–Fresnel formülü, ortak bir faz çarpanı dışında, eksen üzerindeki alan genliğini şöyle verir:

$$u(0, L) = \frac{u_0 A}{i\lambda L}.$$

Gönderilen enerji $|u_0|^2 A$ ile orantılı olduğundan, eksen üzerinde birim alan başına düşen enerji, yani flüans, şöyledir:

$$\mathcal{F}(0, L) = \frac{EA}{\lambda^2 L^2}.$$

Dolayısıyla, eksen üzerinde merkezlenmiş, alanı B olan küçük bir alıcı açıklığın yakaladığı enerji oranı

$$\frac{E_B}{E} \approx \frac{AB}{\lambda^2 L^2}$$

olur.

Burada teleskobun ve yansıtıcının alanları şöyledir:

$$A_D = \frac{\pi D^2}{4} = 5.31 \text{ m}^2, \quad A_d = \frac{\pi d^2}{4} = 3.14 \times 10^{-2} \text{ m}^2.$$

Yansıtıcı, giden demetin kırınım lekesine kıyasla çok küçüktür; bu nedenle üzerine düşen flüans, yüzeyi boyunca hemen hemen sabittir. Dolayısıyla ona ulaşan enerji oranı

$$f_{\text{out}} = \frac{A_D A_d}{\lambda^2 L^2} = 2.43 \times 10^{-6}$$

olur.

Aydınlatılan yansıtıcı, çapı d olan eşevreli bir açıklık gibi davranır. Geri dönen ışığın kırınım desenindeki ilk karanlık halkanın yarıçapı

$$r_{\text{return}} = 1.22 \frac{\lambda L}{d} \approx 1.60 \times 10^3 \text{ m}$$

olur. Teleskop bu desene kıyasla çok küçük olduğundan merkezdeki flüansa dayanan aynı hesap geçerlidir:

$$f_{\text{back}} = \frac{A_d A_D}{\lambda^2 L^2} = 2.43 \times 10^{-6}.$$

İki oranı çarparsak

$$\eta = f_{\text{out}} f_{\text{back}} = \left(\frac{A_D A_d}{\lambda^2 L^2} \right)^2 = \left(\frac{\pi D d}{4 \lambda L} \right)^4$$

elde ederiz. Böylece

$$\boxed{\eta = 5.9 \times 10^{-12}}.$$

3) Çıplak gözle görünürlük

Geri dönen ışığın flüansı, hem teleskop açıklığı hem de ondan çok daha küçük olan göz bebeği boyunca hemen hemen düzgündür. Bu nedenle çıplak göze giren enerji

$$E_{\text{eye}} = E \eta \frac{A_p}{A_D} = E \eta \left(\frac{d_p}{D} \right)^2$$

olur. Değerler yerine konulduğunda

$$E_{\text{eye}} = (1)(5.89 \times 10^{-12}) \left(\frac{0.005}{2.6} \right)^2 = 2.18 \times 10^{-17} \text{ J}$$

elde edilir.

Bir fotonun enerjisi

$$\varepsilon_\gamma = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6.6 \times 10^{-34})(3.0 \times 10^8)}{6.9 \times 10^{-7}} = 2.87 \times 10^{-19} \text{ J}$$

olur. Buradan

$$N_{\text{eye}} = \frac{E_{\text{eye}}}{\varepsilon_\gamma} \approx 75.9$$

bulunur.

$$\boxed{N_{\text{eye}} \approx 76 < 100},$$

olduğundan, bu ideal varsayımlar altında bile darbe, belirtilen çıplak gözle görünürlük eşiğine ulaşmaz.

Düzgün ve aynı fazlı aydınlatma, sabit bir açıklık ve gönderilen enerji için eksen üzerindeki flüansı en büyük yapar. Dolayısıyla merkezde daha düşük şiddet veren bir aydınlatma profili bu sonucu iyileştirmez.

4) Ay yüzeyinden yansımaya göre avantaj

İstenen tahmin için, dağınık yansıyan αE enerjisinin 2π steradyana düzgün olarak dağıldığını varsayalım. Alıcı teleskobun kapladığı katı açı

$$\Omega_D \approx \frac{A_D}{L^2}$$

olur. Yayılan enerjinin, dağınık yansıtıcı yüzeyden toplanan oranı

$$\eta_{\text{diffuse}} = \alpha \frac{\Omega_D}{2\pi} = \frac{\alpha A_D}{2\pi L^2} = \frac{\alpha D^2}{8L^2}$$

olur. Sayısal olarak

$$\eta_{\text{diffuse}} = \frac{0.10(2.6)^2}{8(3.8 \times 10^8)^2} = 5.85 \times 10^{-19}.$$

Bu, **aydınlatılan Ay yüzeyi bölgesinin tamamından** gelen yansımayı içerir.

Dolayısıyla yansıtıcının sağladığı avantaj

$$G = \frac{\eta}{\eta_{\text{diffuse}}} = \frac{5.89 \times 10^{-12}}{5.85 \times 10^{-19}} \approx 1.01 \times 10^7$$

olur. Böylece

$$\boxed{G \approx 10^7}.$$

Temel kırınım lekesi yaklaşımı

Daha basit bir tahminde, her demetin yarıçapı

$$r \approx \frac{\lambda L}{a},$$

olan bir disk üzerine düzgün yayıldığı kabul edilir; burada a , ışığı yayan açıklığın çapıdır. Bu yaklaşım

$$r_{\text{Moon}} \approx 101 \text{ m}, \quad r_{\text{Earth}} \approx 1311 \text{ m}$$

sonuçlarını verir. Yakalanan enerji oranları alan oranları olarak alındığında

$$\eta_{\text{spot}} \approx \frac{(d/2)^2}{r_{\text{Moon}}^2} \frac{(D/2)^2}{r_{\text{Earth}}^2} = \left(\frac{Dd}{2\lambda L} \right)^4 = 9.7 \times 10^{-13}$$

elde edilir. Buna karşılık gelen sonuçlar şöyledir:

$$N_{\text{eye,spot}} \approx 12, \quad G_{\text{spot}} \approx 1.7 \times 10^6.$$

Bu, yararlı bir temel tahmindir. Dairesel açıklık hesabı daha büyük bir geri dönüş enerjisi verir; çünkü gerçek kırınım deseninin şiddeti merkezde en yüksektir ve her iki alıcı açıklık da desenin merkezi bölgesinden ışık toplar.

Çözüm, resmi çözümle karşılaştırılarak kontrol edildi.