

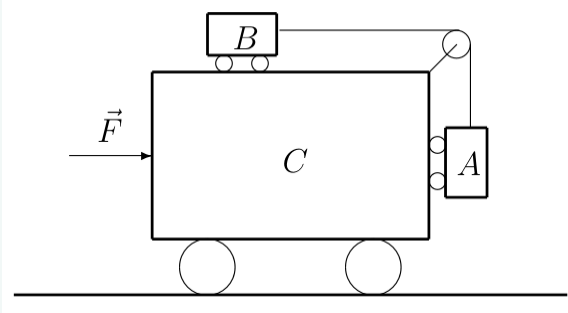
IPhO 1969

Teorik sorular ve çözümler · Brno, Çekoslovakya · 4 teori sorusu, tam çözümleriyle

eulersolve.org/ipho/1969/

Soru 1: Bir makara üzerinden geçen iple birbirine bağlı üç araba

Şekil 1'de, kütleleri sırasıyla $m_1 = 0.3 \text{ kg}$, $m_2 = 0.2 \text{ kg}$ ve $m_3 = 1.5 \text{ kg}$ olan A , B ve C arabalarından oluşan bir mekanik sistem gösterilmektedir. B ve A arabaları, şekilde gösterildiği gibi C arabasına bağlı, kütlesi ihmal edilebilir, sürtünmesiz bir makara üzerinden geçen, kütlesi ihmal edilebilir, gergin ve uzamayan bir iple birbirine bağlanmıştır. Bu soruda tüm direnç ve sürtünme kuvvetleri ile makaranın ve üç arabanın tüm tekerleklerinin eylemsizlik momentleri ihmal edilebilir. Yer çekimi ivmesi g 'yi 9.81 m s^{-2} alınız.



Şekil 1:

1. Şimdi C arabasına şekilde gösterildiği gibi yatay bir $\vec{F}$ kuvveti uygulanıyor. $\vec{F}$ 'nin büyüklüğü, A ve B arabalarının C arabasına göre hareketsiz kalmasını sağlayacak değerdedir.

a) A ve B arabalarını birbirine bağlayan ipteki gerilme kuvvetini bulunuz.

b) $\vec{F}$ 'nin büyüklüğünü belirleyiniz.

2. Daha sonra C arabası sabit tutulurken A ve B arabaları durgun hâlden serbest bırakılıyor.

a) A ve B arabalarının ivmelerini belirleyiniz.

b) İpteki gerilme kuvvetini de hesaplayınız.

Soru metni resmi İngilizce metinden çevrilmiştir.

Cevaplar

- **1(a):** $T = 2.94 \text{ N}$.
- **1(b):** $F = 29.4 \text{ N}$.
- **2(a):** A arabası **aşağı doğru** 5.89 m s^{-2} ivmeyle; B arabası **sağa, makaraya doğru** 5.89 m s^{-2} ivmeyle hareket eder.

- 2(b): $T = 1.18 \text{ N}$.

Çözüm

İpin kütlesinin ihmal edilebilir olması ve makaranın ideal olması nedeniyle gerilme kuvveti T ipin her yerinde aynıdır. Sürtünme ihmal edildiğinde her temas kuvveti, temasın gerçekleştiği destek yüzeyine diktir. Newton'un ikinci yasasını yere bağlı referans sisteminde uygularız.

1(a)

A , C 'ye göre hareketsiz kaldığından ve C yatay doğrultuda hareket ettiğinden, A 'nın düşey ivmesi yoktur. Üzerine etki eden düşey kuvvetler, aşağı yönlü ağırlığı m_1g ve yukarı yönlü gerilme kuvveti T 'dir. Dolayısıyla

$$T - m_1g = 0,$$

olur; buradan

$$T = m_1g = 0.3(9.81) = 2.943 \text{ N} \simeq 2.94 \text{ N}.$$

bulunur.

C 'nin uyguladığı yatay normal kuvvet, A 'nın yatay ivmesini sağlar.

1(b)

Üç arabanın ortak yatay ivmesi a_C olsun. B 'ye etki eden tek yatay kuvvet ipteki gerilme kuvveti olduğundan

$$T = m_2a_C.$$

Buna göre,

$$a_C = \frac{m_1g}{m_2} = \frac{0.3(9.81)}{0.2} = 14.715 \text{ m s}^{-2}.$$

Arabalar, ip ve makaradan oluşan sistemin bütünü için temas kuvvetleri ve ip kuvvetleri iç kuvvetlerdir. Yatay doğrultudaki tek dış kuvvet F 'dir. Bu nedenle,

$$F = (m_1 + m_2 + m_3)a_C = \frac{m_1(m_1 + m_2 + m_3)}{m_2}g.$$

Sayısal olarak,

$$F = (0.3 + 0.2 + 1.5)(14.715) = 29.43 \text{ N} \simeq 29.4 \text{ N}.$$

2(a)

C sabit tutulduğunda makara da sabittir. A aşağı doğru s kadar yol alırsa ipin düşey parçası s kadar uzar. İp gergin ve uzamayan bir ip olduğundan yatay parçası da aynı miktarda kısalmalıdır: B , makaraya doğru s kadar yol alır. Dolayısıyla ivmelerinin büyüklükleri eşittir.

A için aşağı yönü, B için ise sağ yönü pozitif alarak bu büyüklüğü a ile gösterelim. Newton'un ikinci yasası A için

$$m_1g - T = m_1a$$

ve B için

$$T = m_2a$$

denklemlerini verir. Denklemler toplandığında gerilme kuvveti elenir:

$$m_1g = (m_1 + m_2)a.$$

Buradan

$$a = \frac{m_1g}{m_1 + m_2} = \frac{0.3(9.81)}{0.3 + 0.2} = 5.886 \text{ m s}^{-2} \simeq 5.89 \text{ m s}^{-2}.$$

Böylece A aşağı doğru, B ise yatay doğrultuda sağa, makaraya doğru ivmelenir.

2(b)

B için yatay doğrultudaki denklemini kullanırsak,

$$T = m_2a = \frac{m_1m_2g}{m_1 + m_2}.$$

Dolayısıyla,

$$T = 0.2(5.886) = 1.1772 \text{ N} \simeq 1.18 \text{ N}.$$

Çözüm, resmi çözümle karşılaştırılarak kontrol edildi.

Soru 2: Bakır bir kalorimetredeki suya atılan buz

Kütlesi m_1 olan bakır bir kalorimetrede m_2 kütleli su bulunmaktadır. Kalorimetre ile suyun ortak sıcaklığı t_2 'dir. Kalorimetreye kütlesi m_3 , sıcaklığı $t_3 < 0^\circ\text{C}$ olan bir buz parçası atılıyor.

a) m_1, m_2, m_3, t_2 ve t_3 'ün genel değerleri için denge durumundaki sıcaklığı, su ve buz kütlelerini belirleyiniz. Göz önünde bulundurulması gereken tüm olası süreçler için denge denklemlerini yazınız.

b) $m_1 = 1.00 \text{ kg}$, $m_2 = 1.00 \text{ kg}$, $m_3 = 2.00 \text{ kg}$, $t_2 = 10^\circ\text{C}$, $t_3 = -20^\circ\text{C}$ için son sıcaklığı, son su ve buz kütlelerini bulunuz.

Enerji kayıplarını ihmal ediniz ve atmosfer basıncını normal kabul ediniz. Bakırın öz ısısı

$c_1 = 0.1 \text{ kcal/kg} \cdot ^\circ\text{C}$, suyun öz ısısı $c_2 = 1 \text{ kcal/kg} \cdot ^\circ\text{C}$, buzun öz ısısı

$c_3 = 0.492 \text{ kcal/kg} \cdot ^\circ\text{C}$, buzun erime gizli ısısı $l = 78,7 \text{ kcal/kg}$ 'dir. $1 \text{ cal} = 4.2 \text{ J}$ alınız.

Soru metni resmi İngilizce metinden çevrilmiştir.

Cevaplar

- a) Toplam su ve buz kütlelerini ve 0°C 'deki ısı fazlasını tanımlayalım:

$$M = m_2 + m_3, \quad D = (m_1c_1 + m_2c_2)t_2 + m_3c_3t_3.$$

Denge sıcaklığı t_f ve kütleler şöyledir:

Koşul	t_f	Son sıvı su kütlesi	Son buz kütlesi
$D < -m_2l$	$\frac{D + m_2l}{m_1c_1 + Mc_3} < 0$	0	M

Koşul	t_f	Son sıvı su kütlesi	Son buz kütlesi
$-m_2l \leq D \leq m_3l$	0°C	$m_2 + \frac{D}{l}$	$m_3 - \frac{D}{l}$
$D > m_3l$	$\frac{D - m_3l}{m_1c_1 + Mc_2} > 0$	M	0

Ortakdaki durumda, $D < 0$ donmaya, $D > 0$ erimeye yol açar; $D = 0$ ise fazların kütlelerini değiştirmez. Sınır değerler, 0°C 'de tamamı buz veya tamamı su olan durumlara karşılık gelir.

• b)

$$t_f = 0^\circ\text{C}, \quad m_{\text{water}} = 0.890 \text{ kg}, \quad m_{\text{ice}} = 2.11 \text{ kg}.$$

Başlangıçtaki suyun yaklaşık 0.110 kg 'ı donar.

Çözüm

a)

Isı kaybı olmadığında, soğuma ve donma sırasında açığa çıkan ısı, ısınma ve erime sırasında alınan ısıya eşittir. Verilen öz ısıları ve gizli ısıyı sabit kabul ediyoruz. Normal atmosfer basıncında, sıvı su ve buz 0°C 'de dengede bir arada bulunur.

Kalorimetre ve başlangıçtaki su 0°C 'ye soğurken açığa çıkan ısı

$$A = (m_1c_1 + m_2c_2)t_2$$

olsun; başlangıçtaki buz 0°C 'ye ısıtmak için gereken ısı da

$$B = m_3c_3(0 - t_3)$$

olsun. Aralarındaki fark

$$D = A - B = (m_1c_1 + m_2c_2)t_2 + m_3c_3t_3$$

ile verilir.

Olası süreçler, bu farkın mevcut su ve buzun faz değiştirmesiyle açığa çıkabilecek veya alınabilecek gizli ısılarla karşılaştırılmasıyla belirlenir.

Son sıcaklığın 0°C olduğu kısmi erime.

$0 \leq D \leq m_3l$ ise duyulur ısı fazlası, x kütleli buz eritir. Denge denklemi

$$(m_1c_1 + m_2c_2)t_2 = m_3c_3(0 - t_3) + xl,$$

veya $A = B + xl$ şeklindedir. Böylece

$$x = \frac{D}{l}, \quad t_f = 0^\circ\text{C},$$

$$m_{\text{water}} = m_2 + \frac{D}{l}, \quad m_{\text{ice}} = m_3 - \frac{D}{l}.$$

$D = 0$ olduğunda net faz değişimi gerçekleşmez. $D = m_3l$ olduğunda buzun son kısmı da erir ve son durumda yalnızca 0°C 'de su bulunur.

Son sıcaklığın 0°C 'nin üzerinde olduğu tam erime.

$D > m_3l$ ise buzun tamamı erir. Kalorimetre ve başlangıçtaki su t_2 'den t_f 'ye soğurken, eklenen buz sıfır dereceye kadar ısınır, erir ve ardından sıvı su olarak t_f 'ye kadar ısınır:

$$(m_1c_1 + m_2c_2)(t_2 - t_f) = m_3c_3(0 - t_3) + m_3l + m_3c_2t_f.$$

t_f içeren terimler bir araya getirildiğinde

$$D - m_3l = [m_1c_1 + (m_2 + m_3)c_2]t_f$$

elde edilir. Dolayısıyla

$$t_f = \frac{D - m_3l}{m_1c_1 + (m_2 + m_3)c_2}, \quad m_{\text{water}} = m_2 + m_3, \quad m_{\text{ice}} = 0.$$

Son sıcaklığın 0°C olduğu kısmi donma.

$-m_2l \leq D < 0$ ise kalorimetre ve suyun sıfır dereceye soğumasıyla sağlanan ısı, başlangıçtaki buzı sıfır dereceye ısıtmak için yetersizdir. Başlangıçtaki suyun y kütleli bir kısmının donarak gizli ısı açığa çıkarması gerekir:

$$(m_1c_1 + m_2c_2)t_2 + yl = m_3c_3(0 - t_3).$$

Buradan

$$y = -\frac{D}{l}, \quad t_f = 0^{\circ}\text{C},$$
$$m_{\text{water}} = m_2 - y = m_2 + \frac{D}{l}, \quad m_{\text{ice}} = m_3 + y = m_3 - \frac{D}{l}.$$

$D = -m_2l$ olduğunda başlangıçtaki suyun tamamı donar ve geriye yalnızca 0°C 'de buz kalır.

Son sıcaklığın 0°C 'nin altında olduğu tam donma.

$D < -m_2l$ ise başlangıçtaki suyun tamamının donması bile sistemi sıfır dereceye getiremez. Son durumda yalnızca $t_f < 0$ sıcaklığında buz bulunur.

Kalorimetre t_2 'den t_f 'ye soğur. Başlangıçtaki su sıfır dereceye soğur, donar ve ardından buz olarak t_f 'ye soğur. Açığa çıkardıkları ısı, başlangıçtaki buz t_3 'ten t_f 'ye ısıtır:

$$m_1c_1(t_2 - t_f) + m_2c_2t_2 + m_2l + m_2c_3(0 - t_f) = m_3c_3(t_f - t_3).$$

Yeniden düzenlendiğinde,

$$D + m_2l = [m_1c_1 + (m_2 + m_3)c_3]t_f,$$

dolayısıyla

$$t_f = \frac{D + m_2l}{m_1c_1 + (m_2 + m_3)c_3}, \quad m_{\text{water}} = 0, \quad m_{\text{ice}} = m_2 + m_3.$$

Bu durumlar, olası tüm denge durumlarını kapsar.

b)

Kalorimetre ve su, 0°C 'ye soğuyarak

$$A = (1.00 \times 0.1 + 1.00 \times 1) \times 10 = 11.0 \text{ kcal}$$

kadar ısı açığa çıkarabilir.

Başlangıçtaki buzı sıfır dereceye ısıtmak için gereken ısı

$$B = 2.00 \times 0.492 \times 20 = 19.68 \text{ kcal}$$

olur. Buna göre,

$$D = A - B = -8.68 \text{ kcal.}$$

$$-m_2 l = -78.7 \text{ kcal} < D < 0,$$

olduğundan, başlangıçtaki suyun yalnızca bir kısmı donar ve denge sıcaklığı 0°C olur.

Donan kütle

$$y = \frac{B - A}{l} = \frac{8.68 \text{ kcal}}{78.7 \text{ kcal/kg}} = 0.110292 \dots \text{ kg}$$

olur. Böylece

$$m_{\text{water}} = 1.00 - y = 0.890 \text{ kg},$$

$$m_{\text{ice}} = 2.00 + y = 2.11 \text{ kg}, \quad t_f = 0^\circ\text{C}.$$

Çözüm, resmi çözümle karşılaştırılarak kontrol edildi.

Soru 3: Yüklü bir halkanın eksenî üzerinde asılı duran yüklü küre

Kütlesi m ve yükü q olan küçük bir yüklü küre, kütlesi ihmal edilebilir yalıtkan bir ip aracılığıyla yarıçapı R olan bir halkanın en yüksek noktasından asılmıştır. Halka, kesiti ihmal edilebilir rijit bir telden yapılmıştır ve düşey bir düzlemde bulunmaktadır. Halka üzerinde, q ile aynı işaretli Q yükü düzgün olarak dağılmıştır. Kürenin denge konumu, halkanın düzlemine dik olan simetri eksenî üzerinde olacak şekilde ipin l uzunluğunu belirleyiniz.

Önce genel çözümü, ardından $Q = q = 9.0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$, $R = 5 \text{ cm}$, $m = 1.0 \text{ g}$, $\epsilon_0 = 8.9 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ özel değerleri için çözümü bulunuz.

Soru metni resmi İngilizce metinden çevrilmiştir.

Cevaplar

- 3. Eksen üzerinde **halkanın merkezi dışında** denge için,

$$l = \left(\frac{QqR}{4\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3},$$

şu koşul sağlanmalıdır:

$$\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} > mgR^2.$$

Olası iki konum, eksen boyunca $x = \pm\sqrt{l^2 - R^2}$ uzaklıklarındadır. Verilen değerler için,

$$l \approx 7.2 \text{ cm}.$$

Ayrıca, statik kuvvet dengesini her zaman sağlayan $l = R$ özel merkezî denge durumu da vardır. Verilen değerler için bu durumda $l = 5 \text{ cm}$ olur ve denge kararsızdır.

Çözüm

3. Küçük küreyi noktasal bir yük olarak ele alalım, yer çekimi alanını düzgün kabul edelim ve halka için belirtilen düzgün yük dağılımını kullanalım. Kütlesiz ip, kendi doğrultusu boyunca gerilme kuvveti uygular.

Halkanın merkezi O , en yüksek noktası A ve kürenin dik eksen üzerindeki konumu P olsun. Önce $OP = x > 0$ durumunu ele alalım. $OA = R$, OP 'ye dik olduğundan,

$$l^2 = R^2 + x^2.$$

Simetri gereği, elektrik alanın halkanın düzlemine paralel bileşenleri birbirini götürür. Her bir dQ yük elemanının küreye uzaklığı $\sqrt{R^2 + x^2} = l$ 'dir. Dolayısıyla Coulomb yasası, eksen doğrultusundaki bileşke elektrik kuvvetini şöyle verir:

$$F_e = \int \frac{q dQ}{4\pi\epsilon_0 l^2} \frac{x}{l} = \frac{Qq x}{4\pi\epsilon_0 l^3}.$$

$Qq > 0$ olduğundan, bu kuvvet halkadan dışarıya doğru yönelmiştir.

T gerilme kuvveti P 'den A 'ya doğru yönelmiştir. Yukarı yönlü bileşeni TR/l , halkanın düzlemine doğru olan bileşeni ise Tx/l 'dir. Düşey ve yatay doğrultularda denge için

$$\frac{TR}{l} = mg, \quad \frac{Tx}{l} = \frac{Qq x}{4\pi\epsilon_0 l^3}.$$

İlk denklemden $T/l = mg/R$ elde edilir. Bunu ikinci denklemden yerine koyup $x \neq 0$ çarpanını sadeleştirirsek,

$$\frac{mg}{R} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 l^3},$$

ve buradan

$$l = \left(\frac{QqR}{4\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3}.$$

Eksen boyunca sıfırdan farklı bir yer değiştirme için $l > R$ olmalıdır; dolayısıyla bu çözüm yalnızca şu koşulda vardır:

$$\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} > mgR^2.$$

Bu koşul sağlandığında, yansıma simetrisi gereği halkanın her iki tarafında birer tane olmak üzere iki denge konumu bulunur:

$$x = \pm \sqrt{\left(\frac{QqR}{4\pi\epsilon_0 mg}\right)^{2/3} - R^2}.$$

Sayısal hesaplama için $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$, $R = 0.050 \text{ m}$ ve $m = 1.0 \times 10^{-3} \text{ kg}$ değerlerini kullanalım. Böylece

$$\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 mgR^2} \approx 2.96 > 1,$$

olduğundan, istenen merkez dışındaki denge konumu vardır. Bu konum için ipin uzunluğu

$$l = \left[\frac{(9.0 \times 10^{-8})^2(0.050)}{4\pi(8.9 \times 10^{-12})(1.0 \times 10^{-3})(9.8)} \right]^{1/3} = 0.07176 \text{ m}.$$

Böylece

$$l \approx 7.2 \text{ cm}.$$

Buna karşılık gelen halkanın merkezine uzaklık yaklaşık 5.1 cm 'dir.

Son olarak, x 'in sadeleştirilmesi ayrı bir durumu dışarıda bırakır. $x = 0$ konumunda elektrik alan simetri gereği sıfır olur ve $l = R$, $T = mg$ koşulları, yükün büyüklüğü ne olursa olsun merkezde bir denge sağlar. Verilen değerler için bu durumu incelemek üzere küreyi halkaya dik doğrultuda küçük bir miktar yer değiştirelim. Birinci mertebede elektrik kuvveti $Qq x / (4\pi\epsilon_0 R^3)$, gerilme kuvvetinin geri çağırıcı yatay bileşeni ise mgx / R 'dir. Dolayısıyla,

$$F_x \simeq \left(\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 R^3} - \frac{mg}{R} \right) x.$$

Verilen değerler için katsayı pozitifdir; bu nedenle söz konusu yer değiştirme büyür: merkezdeki denge kararsızdır.

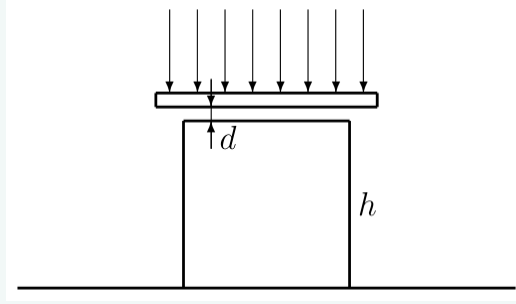
Çözüm, resmi çözümle karşılaştırılarak kontrol edildi.

Soru 4: Bir cam levha ile bir küp arasındaki hava tabakasında girişim

Bir cam levha, ayrıtları 2 cm olan bir cam küpün üzerine, aralarında ince bir hava tabakası kalacak şekilde yerleştirilmiştir; bkz. Şekil 5.

Dalga boyu 400 nm ile 1150 nm arasında olan (levhanın geçirgen olduğu) elektromanyetik ışınım, levhaya yukarıdan dik olarak gelir, hava tabakasının her iki yüzeyinden yansır ve girişim yapar. Bu aralıkta yalnızca iki dalga boyunda maksimum güçlenme görülür; bunlardan biri $\lambda = 400 \text{ nm}$ 'dir.

İkinci dalga boyunu bulunuz. Küpün levhaya temas etmesi için sıcaklığının ne kadar artırılması gerektiğini belirleyiniz. Doğrusal ısı genleşme katsayısı $\alpha = 8.0 \cdot 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, havanın kırılma indisi $n = 1$ 'dir. Küpün tabanının levhaya olan uzaklığı ısıtma sırasında değişmez.



Şekil 5:

Soru metni resmi İngilizce metinden çevrilmiştir.

Cevaplar

- **İkinci dalga boyu:** $\lambda_2 \approx 667 \text{ nm}$.
- **Gerekli ısıtma:** küpün sıcaklığı $\Delta T \approx 3.1 \text{ }^{\circ}\text{C}$ artırılmalıdır. Başlangıçtaki hava aralığı $d = 500 \text{ nm}$ 'dir.

Çözüm

İkinci dalga boyu. Hava tabakasının kalınlığı d olsun. Üst sınırında yansıma camdan havaya doğru gerçekleşir ve faz terslenmesi olmaz. Alt sınırında ise yansıma havadan cama doğru gerçekleşir ve π kadar faz terslenmesi olur.

Dik gelme durumunda, yansıyan ikinci ışının katettiği ek optik yol $2nd$ 'dir. Dolayısıyla faz farkı

$$\Delta\phi = \frac{4\pi nd}{\lambda} + \pi.$$

Yapıcı girişim için faz farkının 2π 'nin bir tam sayı katı olması gerekir; buradan

$$2nd = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

$n = 1$ olduğundan, yansıma maksimumlarının dalga boyları

$$\lambda_m = \frac{4d}{2m + 1}.$$

400 nm 'deki maksimumun mertebesi m olsun. O hâlde

$$4d = (2m + 1)(400 \text{ nm}).$$

Daha büyük mertebeler 400 nm 'nin altında dalga boyları verdiğiinden, belirtilen aralıktaki ikinci maksimumun mertebesi $m - 1$ olmalıdır. Dolayısıyla $m \geq 1$ olur ve

$$\lambda_{m-1} = 400 \frac{2m + 1}{2m - 1} \text{ nm} \leq 1150 \text{ nm}.$$

Yeniden düzenlendiğinde

$$m \geq \frac{31}{30},$$

dolayısıyla $m \geq 2$ elde edilir.

Aralıkta üçüncü bir maksimum bulunmamalıdır. Bu nedenle, $m - 2$ mertebesine karşılık gelen bir sonraki daha uzun dalga boyu

$$\lambda_{m-2} = 400 \frac{2m+1}{2m-3} \text{ nm} > 1150 \text{ nm}.$$

koşulunu sağlamalıdır. Buradan

$$m < \frac{77}{30}.$$

Her iki sınırı da sağlayan tek tam sayı $m = 2$ 'dir. Böylece

$$d = \frac{5(400 \text{ nm})}{4} = \boxed{500 \text{ nm}},$$

ve ikinci dalga boyu

$$\boxed{\lambda_2 = \frac{4d}{3} = \frac{2000}{3} \text{ nm} \approx 667 \text{ nm}}.$$

Kontrol olarak, daha uzun dalga boyu tarafındaki bir sonraki maksimum 2000 nm'de, daha kısa dalga boyu tarafındaki bir sonraki maksimum ise $2000/7 \approx 286 \text{ nm}$ 'dedir; her ikisi de verilen aralığın dışındadır.

Gerekli ısıtma. Küpün başlangıçtaki yüksekliği

$$h = 2 \text{ cm} = 2.0 \times 10^{-2} \text{ m}.$$

Tabanından levhaya olan uzaklık sabit kaldığından, yüksekliği d kadar arttığında temas gerçekleşir.

Verilen sabit katsayı ile doğrusal ısı genleşme bağıntısı kullanıldığında,

$$\Delta h = \alpha h \Delta T = d,$$

dolayısıyla

$$\Delta T = \frac{d}{\alpha h} = \frac{5.0 \times 10^{-7}}{(8.0 \times 10^{-6})(2.0 \times 10^{-2})} ^\circ\text{C} = 3.125 ^\circ\text{C}.$$

Böylece gerekli sıcaklık artışı

$$\boxed{\Delta T \approx 3.1 ^\circ\text{C} \quad (\text{eşdeğer olarak, } 3.1 \text{ K})}.$$

Bağıl genleşme yalnızca $d/h = 2.5 \times 10^{-5}$ olup doğrusal yaklaşımla tutarlıdır.

Çözüm, resmi çözümle karşılaştırılarak kontrol edildi.