

IPhO 1969

Theorieaufgaben und Lösungen · Brünn, Tschechoslowakei · 4 Theorieaufgaben mit vollständigen Lösungen

eulersolve.org/ippo/1969/

Aufgabe 1: Drei Wagen, die durch ein über eine Rolle geführtes Seil verbunden sind

Abbildung 1 zeigt ein mechanisches System aus drei Wagen A , B und C mit den Massen $m_1 = 0.3 \text{ kg}$, $m_2 = 0.2 \text{ kg}$ beziehungsweise $m_3 = 1.5 \text{ kg}$. Die Wagen B und A sind durch ein leichtes, gespanntes, undeformables Seil verbunden, das wie dargestellt über eine leichte, reibungsfreie Rolle läuft, die am Wagen C befestigt ist. In dieser Aufgabe können sämtliche Widerstands- und Reibungskräfte sowie die Trägheitsmomente der Rolle und der Räder aller drei Wagen vernachlässigt werden. Verwenden Sie für die Erdbeschleunigung g den Wert 9.81 m s^{-2} .

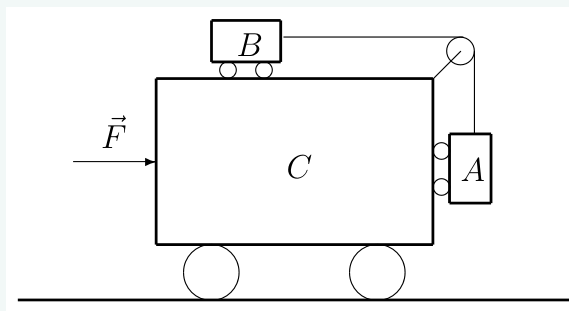


Abbildung 1:

1. Nun wird wie dargestellt eine horizontale Kraft $\vec{F}$ auf den Wagen C ausgeübt. Der Betrag von $\vec{F}$ ist so gewählt, dass die Wagen A und B relativ zum Wagen C in Ruhe bleiben.

a) Bestimmen Sie die Seilspannung im Seil, das die Wagen A und B verbindet.

b) Bestimmen Sie den Betrag von $\vec{F}$.

2. Später wird der Wagen C festgehalten, während die Wagen A und B aus der Ruhe losgelassen werden.

a) Bestimmen Sie die Beschleunigungen der Wagen A und B .

b) Berechnen Sie auch die Seilspannung.

Aufgabentext aus dem offiziellen englischen Text übersetzt.

Antworten

- **1(a):** $T = 2.94 \text{ N}$.
- **1(b):** $F = 29.4 \text{ N}$.
- **2(a):** Wagen A wird mit 5.89 m s^{-2} **nach unten** beschleunigt; Wagen B wird mit 5.89 m s^{-2} **nach rechts, zur Rolle hin**, beschleunigt.
- **2(b):** $T = 1.18 \text{ N}$.

Lösung

Aufgrund des leichten Seils und der idealen Rolle ist die Seilspannung T im gesamten Seil gleich. Da die Reibung vernachlässigt wird, steht jede Kontaktkraft senkrecht auf der jeweiligen Auflagefläche. Wir wenden das zweite Newtonsche Gesetz im Bezugssystem des Bodens an.

1(a)

Da A relativ zu C in Ruhe bleibt und sich C horizontal bewegt, hat A keine vertikale Beschleunigung. In vertikaler Richtung wirken auf A die Gewichtskraft $m_1 g$ nach unten und die Seilspannung T nach oben. Somit gilt

$$T - m_1 g = 0,$$

woraus folgt:

$$T = m_1 g = 0.3(9.81) = 2.943 \text{ N} \simeq 2.94 \text{ N}.$$

Die von C ausgeübte horizontale Normalkraft bewirkt die horizontale Beschleunigung von A .

1(b)

Sei a_C die gemeinsame horizontale Beschleunigung aller drei Wagen. Die einzige horizontale Kraft auf B ist die Seilspannung, also gilt

$$T = m_2 a_C.$$

Folglich ist

$$a_C = \frac{m_1 g}{m_2} = \frac{0.3(9.81)}{0.2} = 14.715 \text{ m s}^{-2}.$$

Für das Gesamtsystem aus Wagen, Seil und Rolle sind die Kontaktkräfte und die Seilkräfte innere Kräfte. Die einzige äußere horizontale Kraft ist F . Daher gilt

$$F = (m_1 + m_2 + m_3) a_C = \frac{m_1(m_1 + m_2 + m_3)}{m_2} g.$$

Mit den Zahlenwerten ergibt sich

$$F = (0.3 + 0.2 + 1.5)(14.715) = 29.43 \text{ N} \simeq 29.4 \text{ N}.$$

2(a)

Da C festgehalten wird, ist die Rolle ortsfest. Bewegt sich A um eine Strecke s nach unten, verlängert sich der vertikale Seilabschnitt um s . Da das Seil gespannt und undehnbar ist, muss sich der horizontale Abschnitt um denselben Betrag verkürzen: B bewegt sich um s zur Rolle hin. Die Beschleunigungen der beiden Wagen haben daher denselben Betrag.

Dieser Betrag sei a , wobei für A die Richtung nach unten und für B die Richtung nach rechts als positiv gewählt wird. Das zweite Newtonsche Gesetz liefert

$$m_1 g - T = m_1 a$$

für A und

$$T = m_2 a$$

für B . Durch Addition wird die Seilspannung eliminiert:

$$m_1 g = (m_1 + m_2) a.$$

Daraus folgt

$$a = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2} = \frac{0.3(9.81)}{0.3 + 0.2} = 5.886 \text{ m s}^{-2} \simeq 5.89 \text{ m s}^{-2}.$$

Somit wird A nach unten und B horizontal nach rechts, zur Rolle hin, beschleunigt.

2(b)

Aus der Gleichung für die horizontale Bewegung von B ergibt sich

$$T = m_2 a = \frac{m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}.$$

Daher gilt

$$T = 0.2(5.886) = 1.1772 \text{ N} \simeq 1.18 \text{ N}.$$

Die Lösung wurde mit der offiziellen Lösung abgeglichen.

Aufgabe 2: Eis wird in Wasser in einem Kupferkalorimeter gegeben

In einem Kupferkalorimeter der Masse m_1 befindet sich Wasser der Masse m_2 . Ihre gemeinsame Temperatur beträgt t_2 . Ein Eisstück der Masse m_3 und der Temperatur $t_3 < 0^\circ\text{C}$ wird in das Kalorimeter gegeben.

a) Bestimmen Sie die Temperatur sowie die Massen von Wasser und Eis im Gleichgewichtszustand für allgemeine Werte von m_1, m_2, m_3, t_2 und t_3 . Stellen Sie die Gleichgewichtsbedingungen für alle möglichen Vorgänge auf, die berücksichtigt werden müssen.

b) Bestimmen Sie die Endtemperatur sowie die endgültigen Massen von Wasser und Eis für $m_1 = 1.00 \text{ kg}$, $m_2 = 1.00 \text{ kg}$, $m_3 = 2.00 \text{ kg}$, $t_2 = 10^\circ\text{C}$, $t_3 = -20^\circ\text{C}$.

Vernachlässigen Sie die Energieverluste und nehmen Sie normalen Luftdruck an. Die spezifische Wärmekapazität von Kupfer beträgt $c_1 = 0.1 \text{ kcal/kg} \cdot ^\circ\text{C}$, die spezifische Wärmekapazität von Wasser $c_2 = 1 \text{ kcal/kg} \cdot ^\circ\text{C}$, die spezifische Wärmekapazität von Eis $c_3 = 0.492 \text{ kcal/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ und die spezifische Schmelzwärme von Eis $l = 78,7 \text{ kcal/kg}$. Verwenden Sie $1 \text{ cal} = 4.2 \text{ J}$.

Aufgabentext aus dem offiziellen englischen Text übersetzt.

Antworten

- **a)** Wir definieren die Gesamtmasse von Wasser und Eis sowie den Wärmeüberschuss bei 0°C :

$$M = m_2 + m_3, \quad D = (m_1c_1 + m_2c_2)t_2 + m_3c_3t_3.$$

Die Gleichgewichtstemperatur t_f und die Massen sind:

Bedingung	t_f	Endgültige Masse des flüssigen Wassers	Endgültige Eismasse
$D < -m_2l$	$\frac{D + m_2l}{m_1c_1 + Mc_3} < 0$	0	M
$-m_2l \leq D \leq m_3l$	0°C	$m_2 + \frac{D}{l}$	$m_3 - \frac{D}{l}$
$D > m_3l$	$\frac{D - m_3l}{m_1c_1 + Mc_2} > 0$	M	0

Im mittleren Bereich führt $D < 0$ zum Gefrieren und $D > 0$ zum Schmelzen; bei $D = 0$ bleiben die Massen der beiden Phasen unverändert. Die Grenzfälle entsprechen ausschließlich Eis beziehungsweise ausschließlich Wasser bei 0°C .

- **b)**

$$t_f = 0^\circ\text{C}, \quad m_{\text{water}} = 0.890 \text{ kg}, \quad m_{\text{ice}} = 2.11 \text{ kg}.$$

Etwa 0.110 kg des ursprünglich vorhandenen Wassers gefrieren.

Lösung

a)

Ohne Wärmeverluste ist die beim Abkühlen und Gefrieren abgegebene Wärme gleich der beim Erwärmen und Schmelzen aufgenommenen Wärme. Wir behandeln die angegebenen spezifischen Wärmekapazitäten und die spezifische Schmelzwärme als konstant. Bei normalem Luftdruck koexistieren flüssiges Wasser und Eis im Gleichgewicht bei 0°C .

Es sei

$$A = (m_1c_1 + m_2c_2)t_2$$

die Wärme, die beim Abkühlen des Kalorimeters und des ursprünglich vorhandenen Wassers auf 0°C abgegeben wird, und

$$B = m_3c_3(0 - t_3)$$

die Wärme, die benötigt wird, um das ursprünglich vorhandene Eis auf 0°C zu erwärmen. Ihre Differenz beträgt

$$D = A - B = (m_1c_1 + m_2c_2)t_2 + m_3c_3t_3.$$

Die möglichen Vorgänge ergeben sich aus dem Vergleich dieser Differenz mit den verfügbaren latenten Wärmemengen.

Teilweises Schmelzen bei einer Endtemperatur von 0°C .

Wenn $0 \leq D \leq m_3 l$, schmilzt durch den Überschuss an fühlbarer Wärme eine Eismasse x . Die Gleichgewichtsbedingung lautet

$$(m_1 c_1 + m_2 c_2) t_2 = m_3 c_3 (0 - t_3) + x l,$$

oder $A = B + x l$. Somit gilt

$$x = \frac{D}{l}, \quad t_f = 0^\circ\text{C},$$
$$m_{\text{water}} = m_2 + \frac{D}{l}, \quad m_{\text{ice}} = m_3 - \frac{D}{l}.$$

Bei $D = 0$ findet netto kein Phasenübergang statt. Bei $D = m_3 l$ schmilzt das letzte Eis, und im Endzustand liegt ausschließlich Wasser bei 0°C vor.

Vollständiges Schmelzen bei einer Endtemperatur über 0°C .

Wenn $D > m_3 l$, schmilzt das gesamte Eis. Das Kalorimeter und das ursprünglich vorhandene Wasser kühlen von t_2 auf t_f ab, während sich das hinzugegebene Eis auf null Grad erwärmt, schmilzt und sich anschließend als flüssiges Wasser auf t_f erwärmt:

$$(m_1 c_1 + m_2 c_2) (t_2 - t_f) = m_3 c_3 (0 - t_3) + m_3 l + m_3 c_2 t_f.$$

Durch Zusammenfassen der Terme mit t_f erhält man

$$D - m_3 l = [m_1 c_1 + (m_2 + m_3) c_2] t_f.$$

Daher gilt

$$t_f = \frac{D - m_3 l}{m_1 c_1 + (m_2 + m_3) c_2}, \quad m_{\text{water}} = m_2 + m_3, \quad m_{\text{ice}} = 0.$$

Teilweises Gefrieren bei einer Endtemperatur von 0°C .

Wenn $-m_2 l \leq D < 0$, reicht die beim Abkühlen des Kalorimeters und des Wassers auf null Grad abgegebene Wärme nicht aus, um das ursprünglich vorhandene Eis auf null Grad zu erwärmen. Eine Masse y des ursprünglich vorhandenen Wassers muss gefrieren und dabei latente Wärme freisetzen:

$$(m_1 c_1 + m_2 c_2) t_2 + y l = m_3 c_3 (0 - t_3).$$

Daraus folgt

$$y = -\frac{D}{l}, \quad t_f = 0^\circ\text{C},$$
$$m_{\text{water}} = m_2 - y = m_2 + \frac{D}{l}, \quad m_{\text{ice}} = m_3 + y = m_3 - \frac{D}{l}.$$

Bei $D = -m_2 l$ gefriert das gesamte ursprünglich vorhandene Wasser, sodass nur Eis bei 0°C verbleibt.

Vollständiges Gefrieren bei einer Endtemperatur unter 0°C .

Wenn $D < -m_2 l$, kann das System selbst durch das Gefrieren des gesamten ursprünglich vorhandenen Wassers nicht auf null Grad gebracht werden. Im Endzustand liegt ausschließlich Eis bei $t_f < 0$ vor.

Das Kalorimeter kühlt von t_2 auf t_f ab. Das ursprünglich vorhandene Wasser kühlt auf null Grad ab, gefriert und kühlt anschließend als Eis auf t_f ab. Die dabei abgegebene Wärme erwärmt das ursprünglich vorhandene Eis von t_3 auf t_f :

$$m_1 c_1 (t_2 - t_f) + m_2 c_2 t_2 + m_2 l + m_2 c_3 (0 - t_f) = m_3 c_3 (t_f - t_3).$$

Durch Umstellen erhält man

$$D + m_2 l = [m_1 c_1 + (m_2 + m_3) c_3] t_f,$$

also

$$t_f = \frac{D + m_2 l}{m_1 c_1 + (m_2 + m_3) c_3}, \quad m_{\text{water}} = 0, \quad m_{\text{ice}} = m_2 + m_3.$$

Damit sind alle möglichen Gleichgewichtszustände erfasst.

b)

Das Kalorimeter und das Wasser können die Wärme

$$A = (1.00 \times 0.1 + 1.00 \times 1) \times 10 = 11.0 \text{ kcal}$$

durch Abkühlen auf 0°C abgeben.

Die Wärme, die benötigt wird, um das ursprünglich vorhandene Eis auf null Grad zu erwärmen, beträgt

$$B = 2.00 \times 0.492 \times 20 = 19.68 \text{ kcal}.$$

Folglich gilt

$$D = A - B = -8.68 \text{ kcal}.$$

Da

$$-m_2 l = -78.7 \text{ kcal} < D < 0,$$

gefriert nur ein Teil des ursprünglich vorhandenen Wassers, und die Gleichgewichtstemperatur beträgt 0°C .

Die gefrierende Masse beträgt

$$y = \frac{B - A}{l} = \frac{8.68 \text{ kcal}}{78.7 \text{ kcal/kg}} = 0.110292 \dots \text{ kg}.$$

Somit gilt

$$m_{\text{water}} = 1.00 - y = 0.890 \text{ kg},$$

$$m_{\text{ice}} = 2.00 + y = 2.11 \text{ kg}, \quad t_f = 0^\circ\text{C}.$$

Die Lösung wurde mit der offiziellen Lösung abgeglichen.

Aufgabe 3: Geladene Kugel auf der Achse eines geladenen Rings aufgehängt

Eine kleine geladene Kugel mit der Masse m und der Ladung q ist am höchsten Punkt eines Rings mit dem Radius R an einem isolierenden Faden vernachlässigbarer Masse aufgehängt. Der Ring besteht aus einem starren Draht mit vernachlässigbarem Querschnitt und liegt in einer vertikalen

Ebene. Auf dem Ring ist die Ladung Q gleichmäßig verteilt; sie hat dasselbe Vorzeichen wie q . Bestimmen Sie die Länge l des Fadens so, dass die Gleichgewichtslage der Kugel auf der senkrecht zur Ringebene stehenden Symmetrieachse liegt.

Ermitteln Sie zunächst die allgemeine Lösung und anschließend die Lösung für die konkreten Werte $Q = q = 9.0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$, $R = 5 \text{ cm}$, $m = 1.0 \text{ g}$, $\varepsilon_0 = 8.9 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$.

Aufgabentext aus dem offiziellen englischen Text übersetzt.

Antworten

- **3.** Für eine Gleichgewichtslage auf der Achse **außerhalb des Ringmittelpunkts** gilt

$$l = \left(\frac{QqR}{4\pi\varepsilon_0 mg} \right)^{1/3},$$

sofern

$$\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0} > mgR^2.$$

Die beiden möglichen Positionen liegen bei den axialen Abständen $x = \pm\sqrt{l^2 - R^2}$. Für die gegebenen Werte ergibt sich

$$l \approx 7.2 \text{ cm}.$$

Außerdem gibt es die besondere Gleichgewichtslage im Mittelpunkt mit $l = R$, bei der stets statisches Kräftegleichgewicht herrscht. Für die vorliegenden Werte beträgt die Fadenlänge dabei $l = 5 \text{ cm}$, und diese Gleichgewichtslage ist instabil.

Lösung

3. Wir behandeln die kleine Kugel als Punktladung, nehmen ein homogenes Schwerfeld an und verwenden die vorgegebene gleichmäßige Ladungsverteilung auf dem Ring. Der masselose Faden übt eine Zugkraft entlang seiner Längsrichtung aus.

Es seien O der Mittelpunkt des Rings, A sein höchster Punkt und P die Position der Kugel auf der senkrecht zur Ringebene stehenden Achse. Betrachten wir zunächst $OP = x > 0$. Da $OA = R$ senkrecht auf OP steht, gilt

$$l^2 = R^2 + x^2.$$

Aufgrund der Symmetrie heben sich die zur Ringebene parallelen Komponenten des elektrischen Feldes auf. Jedes Ladungselement dQ hat von der Kugel den Abstand $\sqrt{R^2 + x^2} = l$. Das Coulombsche Gesetz liefert daher für die resultierende elektrische Kraft entlang der Achse:

$$F_e = \int \frac{q dQ}{4\pi\varepsilon_0 l^2} \frac{x}{l} = \frac{Qq x}{4\pi\varepsilon_0 l^3}.$$

Da $Qq > 0$ ist, weist diese Kraft vom Ring weg.

Die Fadenspannung T ist von P nach A gerichtet. Ihre nach oben gerichtete Komponente beträgt TR/l , und ihre zur Ringebene gerichtete Komponente beträgt Tx/l . Für das vertikale und horizontale Kräftegleichgewicht muss gelten:

$$\frac{TR}{l} = mg, \quad \frac{Tx}{l} = \frac{Qqx}{4\pi\epsilon_0 l^3}.$$

Die erste Gleichung ergibt $T/l = mg/R$. Setzen wir dies in die zweite Gleichung ein und kürzen $x \neq 0$, erhalten wir

$$\frac{mg}{R} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 l^3},$$

also

$$l = \left(\frac{QqR}{4\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3}.$$

Eine von null verschiedene axiale Auslenkung erfordert $l > R$, daher existiert diese Lösung nur, wenn

$$\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} > mgR^2.$$

Ist diese Bedingung erfüllt, ergeben sich aufgrund der Spiegelsymmetrie zwei Gleichgewichtslagen, jeweils eine auf jeder Seite des Rings:

$$x = \pm \sqrt{\left(\frac{QqR}{4\pi\epsilon_0 mg} \right)^{2/3} - R^2}.$$

Für die numerische Berechnung verwenden wir $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$, $R = 0.050 \text{ m}$ und $m = 1.0 \times 10^{-3} \text{ kg}$. Dann gilt

$$\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 mgR^2} \approx 2.96 > 1,$$

die gesuchte Gleichgewichtslage außerhalb des Mittelpunkts existiert also. Die zugehörige Fadenlänge beträgt

$$l = \left[\frac{(9.0 \times 10^{-8})^2 (0.050)}{4\pi(8.9 \times 10^{-12})(1.0 \times 10^{-3})(9.8)} \right]^{1/3} = 0.07176 \text{ m}.$$

Somit ergibt sich

$$l \approx 7.2 \text{ cm}.$$

Der entsprechende Abstand vom Ringmittelpunkt beträgt ungefähr 5.1 cm.

Schließlich ist zu beachten, dass durch das Kürzen von x ein gesonderter Fall ausgeschlossen wird. Bei $x = 0$ verschwindet das elektrische Feld aufgrund der Symmetrie, und $l = R$, $T = mg$ ergeben für jeden Ladungsbetrag eine Gleichgewichtslage im Mittelpunkt. Um diesen Fall für die angegebenen Werte zu untersuchen, lenken wir die Kugel geringfügig senkrecht zur Ringebene aus. In erster Ordnung beträgt die elektrische Kraft $Qqx/(4\pi\epsilon_0 R^3)$, während die rücktreibende horizontale Komponente der Fadenspannung mgx/R beträgt. Daher gilt

$$F_x \simeq \left(\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 R^3} - \frac{mg}{R} \right) x.$$

Der Koeffizient ist für die gegebenen Werte positiv, sodass diese Auslenkung anwächst: Die Gleichgewichtslage im Mittelpunkt ist instabil.

Die Lösung wurde mit der offiziellen Lösung abgeglichen.

Aufgabe 4: Interferenz in einer Luftschicht zwischen einer Glasplatte und einem Würfel

Eine Glasplatte wird so über einen Glaswürfel mit einer Kantenlänge von 2 cm gelegt, dass zwischen ihnen eine dünne Luftschicht verbleibt, siehe Abbildung 5.

Elektromagnetische Strahlung mit einer Wellenlänge zwischen 400 nm und 1150 nm (für die die Platte durchlässig ist), die von oben senkrecht auf die Platte einfällt, wird an beiden Grenzflächen der Luftschicht reflektiert und interferiert. In diesem Bereich tritt nur bei zwei Wellenlängen maximale Verstärkung auf; eine davon ist $\lambda = 400 \text{ nm}$. Bestimmen Sie die zweite Wellenlänge. Bestimmen Sie, um wie viel der Würfel erwärmt werden muss, damit er die Platte berührt. Der lineare Wärmeausdehnungskoeffizient beträgt $\alpha = 8.0 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, der Brechungsindex der Luft ist $n = 1$. Der Abstand der Unterseite des Würfels von der Platte ändert sich während der Erwärmung nicht.

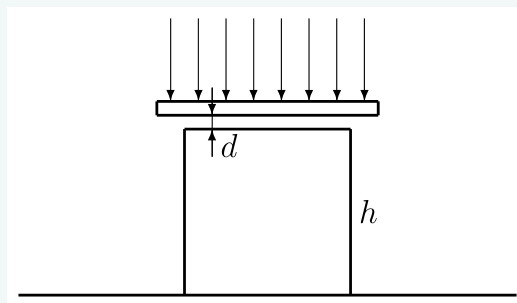


Abbildung 5:

Aufgabentext aus dem offiziellen englischen Text übersetzt.

Antworten

- **Zweite Wellenlänge:** $\lambda_2 \approx 667 \text{ nm}$.
- **Erforderliche Erwärmung:** Die Temperatur des Würfels muss um $\Delta T \approx 3.1 \text{ }^\circ\text{C}$ erhöht werden. Die anfängliche Breite des Luftspalts beträgt $d = 500 \text{ nm}$.

Lösung

Zweite Wellenlänge. Es sei d die Dicke der Luftschicht. An ihrer oberen Grenzfläche erfolgt die Reflexion beim Übergang von Glas zu Luft und verursacht keinen Phasensprung. An ihrer unteren Grenzfläche erfolgt die Reflexion beim Übergang von Luft zu Glas und verursacht einen Phasensprung von π .

Bei senkrechtem Einfall beträgt der zusätzliche optische Weg, den der zweite reflektierte Strahl zurücklegt, $2nd$. Die Phasendifferenz ist somit

$$\Delta\phi = \frac{4\pi nd}{\lambda} + \pi.$$

Konstruktive Interferenz erfordert ein ganzzahliges Vielfaches von 2π , woraus folgt:

$$2nd = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Mit $n = 1$ ergeben sich daher für die Wellenlängen der Reflexionsmaxima

$$\lambda_m = \frac{4d}{2m + 1}.$$

Das Maximum bei 400 nm habe die Ordnung m . Dann gilt

$$4d = (2m + 1)(400 \text{ nm}).$$

Höhere Ordnungen ergeben Wellenlängen unterhalb von 400 nm, sodass das zweite Maximum im angegebenen Intervall die Ordnung $m - 1$ haben muss. Folglich ist $m \geq 1$, und es gilt

$$\lambda_{m-1} = 400 \frac{2m + 1}{2m - 1} \text{ nm} \leq 1150 \text{ nm}.$$

Durch Umformen erhält man

$$m \geq \frac{31}{30},$$

also $m \geq 2$.

Im Intervall darf kein drittes Maximum liegen. Die nächstgrößere Wellenlänge, die der Ordnung $m - 2$ entspricht, muss daher die Bedingung

$$\lambda_{m-2} = 400 \frac{2m + 1}{2m - 3} \text{ nm} > 1150 \text{ nm}$$

erfüllen. Daraus ergibt sich

$$m < \frac{77}{30}.$$

Die einzige ganze Zahl, die beide Schranken erfüllt, ist $m = 2$. Somit ist

$$d = \frac{5(400 \text{ nm})}{4} = \boxed{500 \text{ nm}},$$

und die zweite Wellenlänge ist

$$\lambda_2 = \frac{4d}{3} = \frac{2000}{3} \text{ nm} \approx 667 \text{ nm}.$$

Zur Kontrolle: Das Maximum bei der nächstgrößeren Wellenlänge liegt bei 2000 nm, das bei der nächstkleineren bei $2000/7 \approx 286 \text{ nm}$; beide liegen außerhalb des angegebenen Intervalls.

Erforderliche Erwärmung. Der Würfel hat anfangs die Höhe

$$h = 2 \text{ cm} = 2.0 \times 10^{-2} \text{ m}.$$

Da der Abstand seiner Unterseite von der Platte unverändert bleibt, tritt die Berührung ein, wenn seine Höhe um d zunimmt.

Mit der linearen Wärmeausdehnung und dem gegebenen konstanten Koeffizienten gilt

$$\Delta h = \alpha h \Delta T = d,$$

also

$$\Delta T = \frac{d}{\alpha h} = \frac{5.0 \times 10^{-7}}{(8.0 \times 10^{-6})(2.0 \times 10^{-2})} \text{ }^{\circ}\text{C} = 3.125 \text{ }^{\circ}\text{C}.$$

Die erforderliche Temperaturerhöhung beträgt somit

$$\boxed{\Delta T \approx 3.1 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad (\text{entsprechend } 3.1 \text{ K})}.$$

Die relative Ausdehnung beträgt nur $d/h = 2.5 \times 10^{-5}$, was mit der linearen Näherung vereinbar ist.

Die Lösung wurde mit der offiziellen Lösung abgeglichen.