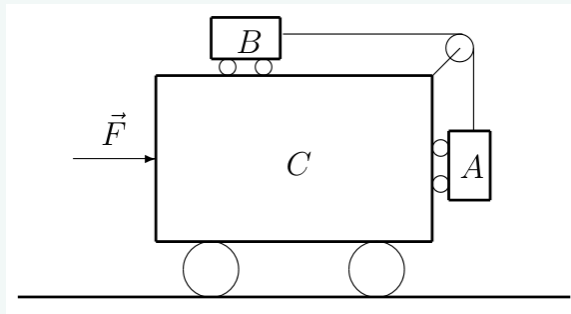


المسألة 1: ثلاث عربات متصلة بخيط يمر فوق بكرة

يوضح الشكل 1 نظاماً ميكانيكياً يتكون من ثلاث عربات A و B و C ، كتلتها $m_1 = 0.3 \text{ kg}$ و $m_2 = 0.2 \text{ kg}$ و $m_3 = 1.5 \text{ kg}$ على الترتيب. تتصل العربتان B و A بخيط خفيف مشدود غير قابل للتمدد، يمر فوق بكرة خفيفة ملساء مثبتة بالعربة C كما هو موضح. في هذه المسألة، يمكن إهمال جميع قوى المقاومة والاحتكاك، وكذلك عزوم القصور الذاتي للبكرة ولعجلات العربات الثلاث جميعها. اعتبر تسارع الجاذبية g مساوياً لـ 9.81 m s^{-2} .



الشكل 1:

1. تؤثر الآن قوة أفقية $\vec{F}$ في العربة C كما هو موضح. ويكون مقدار $\vec{F}$ بحيث تبقى العربتان A و B ساكنتين بالنسبة إلى العربة C .

(a) أوجد قوة الشد في الخيط الذي يصل بين العربتين A و B .

(b) حدد مقدار $\vec{F}$.

2. لاحقاً، تُثَبَّتْ العربة C بحيث تبقى ساكنة، بينما تُتْرَك العربتان A و B لتتحركا من السكون.

(a) حدد تسارعي العربتين A و B .

(b) احسب أيضاً قوة الشد في الخيط.

نص المسألة مترجم عن النص الإنجليزي الرسمي.

الإجابات

• 1(a): $T = 2.94 \text{ N}$.

• 1(b): $F = 29.4 \text{ N}$.

• 2(a): تتسارع العربة A نحو الأسفل بمقدار 5.89 m s^{-2} ؛ وتتسارع العربة B نحو اليمين، باتجاه البكرة، بمقدار 5.89 m s^{-2} .

• 2(b): $T = 1.18 \text{ N}$.

الحل

بفضل خفة الخيط ومثالية البكرة، تكون قوة الشد T متساوية على امتداد الخيط. ومع إهمال الاحتكاك، تكون كل قوة تماس عمودية على السطح الداعم لها. نطبق قانون نيوتن الثاني في الإطار المرجعي الأرضي.

(a)1

بما أن A تبقى ساكنة بالنسبة إلى C ، وبما أن C تتحرك أفقياً، فإن A ليس لها تسارع رأسي. والقوتان الرأسيتان المؤثرتان فيها هما وزنها m_1g نحو الأسفل وقوة الشد T نحو الأعلى. ومن ثم

$$T - m_1g = 0,$$

فنحصل على

$$T = m_1g = 0.3(9.81) = 2.943 \text{ N} \simeq 2.94 \text{ N}.$$

تُكسب قوة رد الفعل العمودية الأفقية التي تؤثر بها C العربة A تسارعها الأفقي.

(b)1

ليكن a_C التسارع الأفقي المشترك للعربات الثلاث جميعها. القوة الأفقية الوحيدة المؤثرة في B هي قوة شد الخيط، لذا

$$T = m_2a_C.$$

وبالتالي،

$$a_C = \frac{m_1g}{m_2} = \frac{0.3(9.81)}{0.2} = 14.715 \text{ m s}^{-2}.$$

بالنسبة إلى النظام الكامل المكوّن من العربات والخيط والبكرة، تكون قوى التماس وقوى شد الخيط قوى داخلية. والقوة الأفقية الخارجية الوحيدة هي F . ولذلك،

$$F = (m_1 + m_2 + m_3)a_C = \frac{m_1(m_1 + m_2 + m_3)}{m_2}g.$$

وبالتعويض بالقيم العددية،

$$F = (0.3 + 0.2 + 1.5)(14.715) = 29.43 \text{ N} \simeq 29.4 \text{ N}.$$

(a)2

عند تثبيت C بحيث تبقى ساكنة، تكون البكرة ثابتة. إذا تحركت A نحو الأسفل مسافة s ، ازداد طول الجزء الرأسي من الخيط بمقدار s . وبما أن الخيط مشدود وغير قابل للتمدد، فلا بد أن يقصر الجزء الأفقي بالمقدار نفسه: فتتحرك B نحو البكرة مسافة s . ولذلك يتساوى مقدارا تسارعيهما.

ليكن هذا المقدار a ، مع اتخاذ الاتجاه نحو الأسفل موجباً للعربة A ، والاتجاه نحو اليمين موجباً للعربة B . يعطي قانون نيوتن الثاني

$$m_1g - T = m_1a$$

للعربة A ، و

$$T = m_2a$$

للعربة B . وبجمع المعادلتين تُحذف قوة الشد:

$$m_1g = (m_1 + m_2)a.$$

ومن ثم

$$a = \frac{m_1g}{m_1 + m_2} = \frac{0.3(9.81)}{0.3 + 0.2} = 5.886 \text{ m s}^{-2} \simeq 5.89 \text{ m s}^{-2}.$$

إذن تتسارع A نحو الأسفل، وتتسارع B أفقياً نحو اليمين، باتجاه البكرة.

(b)2

باستخدام معادلة الحركة الأفقية للعربة B ،

$$T = m_2 a = \frac{m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}.$$

ولذلك،

$$T = 0.2(5.886) = 1.1772 \text{ N} \simeq 1.18 \text{ N}.$$

تمت مراجعة الحل بمقارنته بالحل الرسمي.

المسألة 2: إسقاط قطعة من الجليد في ماء داخل مسعر نحاسي

يحتوي مسعر نحاسي كتلته m_1 على ماء كتلته m_2 . ودرجة حرارتهما المشتركة هي t_2 . تُسقط في المسعر قطعة من الجليد كتلتها m_3 ودرجة حرارتها $t_3 < 0^\circ\text{C}$.

(a) حدّد درجة الحرارة وكتلتي الماء والجليد في حالة الاتزان لقيم عامة من m_1, m_2, m_3, t_2 و t_3 . اكتب معادلات الاتزان لجميع العمليات الممكنة التي ينبغي أخذها في الحسبان.

(b) أوجد درجة الحرارة النهائية وكتلتي الماء والجليد النهائيين عندما تكون $m_1 = 1.00 \text{ kg}$ و $m_2 = 1.00 \text{ kg}$ و $m_3 = 2.00 \text{ kg}$ و $t_2 = 10^\circ\text{C}$ و $t_3 = -20^\circ\text{C}$.

أهمّل فقدان الطاقة، وافترض أن الضغط الجوي نظامي. الحرارة النوعية للنحاس هي $c_1 = 0.1 \text{ kcal/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ ، والحرارة النوعية للماء $c_2 = 1 \text{ kcal/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ ، والحرارة النوعية للجليد $c_3 = 0.492 \text{ kcal/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ ، والحرارة الكامنة لانصهار الجليد $l = 78,7 \text{ kcal/kg}$. $1 \text{ cal} = 4.2 \text{ J}$.

نص المسألة مترجم عن النص الإنجليزي الرسمي.

الإجابات

• (a) نعرّف الكتلة الكلية للماء والجليد معاً وفائض الحرارة عند 0°C :

$$M = m_2 + m_3, \quad D = (m_1 c_1 + m_2 c_2) t_2 + m_3 c_3 t_3.$$

تكون درجة حرارة الاتزان t_f والكتلتان كما يأتي:

الشرط	t_f	الكتلة النهائية للماء السائل	الكتلة النهائية للجليد
$D < -m_2 l$	$\frac{D + m_2 l}{m_1 c_1 + M c_3} < 0$	0	M
$-m_2 l \leq D \leq m_3 l$	0°C	$m_2 + \frac{D}{l}$	$m_3 - \frac{D}{l}$
$D > m_3 l$	$\frac{D - m_3 l}{m_1 c_1 + M c_2} > 0$	M	0

في الحالة الوسطى، تؤدي $D < 0$ إلى التجمد، وتؤدي $D > 0$ إلى الانصهار، بينما تبقى $D = 0$ كتلتي الطورين دون تغيير. ويقابل الطرفان حالتين تكون فيهما الكتلة كلها جليداً أو ماءً عند 0°C .

(b •

$$t_f = 0^\circ\text{C}, \quad m_{\text{water}} = 0.890 \text{ kg}, \quad m_{\text{ice}} = 2.11 \text{ kg}.$$

يتجمد نحو 0.110 kg من الماء الموجود في البداية.

الحل

(a

في غياب الفقد الحراري، تساوي الحرارة المنطلقة نتيجة التبريد والتجمد الحرارة الممتصة نتيجة التسخين والانصهار. نستخدم قيم الحرارة النوعية والحرارة الكامنة المعطاة بوصفها ثوابت. عند الضغط الجوي النظامي، يتعايش الماء السائل والجليد في حالة اتزان عند 0°C . لتكن

$$A = (m_1c_1 + m_2c_2)t_2$$

الحرارة المنطلقة عندما يبرد المسعر والماء الموجود في البداية إلى 0°C ، ولتكن

$$B = m_3c_3(0 - t_3)$$

الحرارة اللازمة لتسخين الجليد الموجود في البداية إلى 0°C . والفرق بينهما هو

$$D = A - B = (m_1c_1 + m_2c_2)t_2 + m_3c_3t_3.$$

تحدد العمليات الممكنة بمقارنة هذا الفرق بكميات الحرارة الكامنة المتاحة.

انصهار جزئي، مع درجة حرارة نهائية تساوي 0°C .

إذا كان $0 \leq D \leq m_3l$ ، فإن فائض الحرارة المحسوسة يصهر كتلة x من الجليد. وتكون معادلة الاتزان

$$(m_1c_1 + m_2c_2)t_2 = m_3c_3(0 - t_3) + xl,$$

أو $A = B + xl$. ومن ثم

$$x = \frac{D}{l}, \quad t_f = 0^\circ\text{C},$$

$$m_{\text{water}} = m_2 + \frac{D}{l}, \quad m_{\text{ice}} = m_3 - \frac{D}{l}.$$

عند $D = 0$ ، لا يحدث تغير صافٍ في الطور. وعند $D = m_3l$ ، ينصهر آخر ما تبقى من الجليد وتكون الحالة النهائية ماءً بالكامل عند 0°C .

انصهار كامل، مع درجة حرارة نهائية أعلى من 0°C .

إذا كان $D > m_3l$ ، فإن الجليد كله ينصهر. يبرد المسعر والماء الموجود في البداية من t_2 إلى t_f ، بينما يسخن الجليد المضاف إلى الصفر، ثم ينصهر، ثم يسخن بوصفه ماءً سائلاً إلى t_f :

$$(m_1c_1 + m_2c_2)(t_2 - t_f) = m_3c_3(0 - t_3) + m_3l + m_3c_2t_f.$$

بتجميع الحدود التي تحتوي على t_f ، نحصل على

$$D - m_3l = [m_1c_1 + (m_2 + m_3)c_2]t_f.$$

إذن

$$t_f = \frac{D - m_3l}{m_1c_1 + (m_2 + m_3)c_2}, \quad m_{\text{water}} = m_2 + m_3, \quad m_{\text{ice}} = 0.$$

تجمد جزئي، مع درجة حرارة نهائية تساوي 0°C .

إذا كان $-m_2l \leq D < 0$ ، فإن تبريد المسعر والماء إلى الصفر يوفر حرارة غير كافية لتسخين الجليد الموجود في البداية إلى الصفر. لذا لا بد من تجمد كتلة y من الماء الموجود في البداية، مطلقاً حرارة كامنة:

$$(m_1c_1 + m_2c_2)t_2 + y l = m_3c_3(0 - t_3).$$

ومن ثم

$$y = -\frac{D}{l}, \quad t_f = 0^\circ\text{C},$$

$$m_{\text{water}} = m_2 - y = m_2 + \frac{D}{l}, \quad m_{\text{ice}} = m_3 + y = m_3 - \frac{D}{l}.$$

عند $D = -m_2l$ ، يتجمد كل الماء الموجود في البداية، فلا يبقى سوى الجليد عند 0°C .

تجمد كامل، مع درجة حرارة نهائية أدنى من 0°C .

إذا كان $D < -m_2l$ ، فحتى تجميد كل الماء الموجود في البداية لا يكفي لإيصال المنظومة إلى الصفر. ولا تحتوي الحالة النهائية إلا على جليد عند $t_f < 0$.

يبرد المسعر من t_2 إلى t_f . ويبرد الماء الموجود في البداية إلى الصفر، ثم يتجمد، ثم يبرد بوصفه جليداً إلى t_f . وتعمل الحرارة المنطلقة منهما على تسخين الجليد الموجود في البداية من t_3 إلى t_f :

$$m_1c_1(t_2 - t_f) + m_2c_2t_2 + m_2l + m_2c_3(0 - t_f) = m_3c_3(t_f - t_3).$$

بإعادة الترتيب،

$$D + m_2l = [m_1c_1 + (m_2 + m_3)c_3]t_f,$$

وعليه

$$t_f = \frac{D + m_2l}{m_1c_1 + (m_2 + m_3)c_3}, \quad m_{\text{water}} = 0, \quad m_{\text{ice}} = m_2 + m_3.$$

تشمل هذه الحالات جميع حالات الاتزان الممكنة.

(b)

يمكن للمسعر والماء إطلاق حرارة مقدارها

$$A = (1.00 \times 0.1 + 1.00 \times 1) \times 10 = 11.0 \text{ kcal}$$

بالتبريد إلى 0°C .

الحرارة اللازمة لتسخين الجليد الموجود في البداية إلى الصفر هي

$$B = 2.00 \times 0.492 \times 20 = 19.68 \text{ kcal}.$$

وبالتالي،

$$D = A - B = -8.68 \text{ kcal}.$$

بما أن

$$-m_2l = -78.7 \text{ kcal} < D < 0,$$

فإن جزءاً فقط من الماء الموجود في البداية يتجمد، وتكون درجة حرارة الاتزان 0°C .

الكتلة التي تتجمد هي

$$y = \frac{B - A}{l} = \frac{8.68 \text{ kcal}}{78.7 \text{ kcal/kg}} = 0.110292 \dots \text{ kg}.$$

إذن

$$\boxed{m_{\text{water}} = 1.00 - y = 0.890 \text{ kg}},$$

$$\boxed{m_{\text{ice}} = 2.00 + y = 2.11 \text{ kg}}, \quad \boxed{t_f = 0^\circ\text{C}}.$$

تمت مراجعة الحل بمقارنته بالحل الرسمي.

المسألة 3: كرة مشحونة معلقة على محور حلقة مشحونة

تُعلق كرة صغيرة مشحونة كتلتها m وشحنتها q من أعلى نقطة في حلقة نصف قطرها R ، بواسطة خيط عازل كتلته مهملة. تتكوّن الحلقة من سلك صلب ذي مقطع عرضي مهمل، وتقع في مستوى رأسي. تتوزّع على الحلقة بانتظام شحنة Q من الإشارة نفسها لشحنة q . أوجد طول الخيط l بحيث يقع موضع اتزان الكرة على محور التناظر العمودي على مستوى الحلقة.

$$m = 1.0 \text{ g}, R = 5 \text{ cm}, Q = q = 9.0 \cdot 10^{-8} \text{ C} \text{ ثم الحل للقيم الخاصة } \epsilon_0 = 8.9 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

نص المسألة مترجم عن النص الإنجليزي الرسمي.

الإجابات

• 3. للاتزان على المحور بعيداً عن مركز الحلقة،

$$l = \left(\frac{QqR}{4\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3},$$

بشرط أن

$$\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} > mgR^2.$$

يقع الموضعان الممكنان عند إزاحتين محوريّتين $x = \pm\sqrt{l^2 - R^2}$ وللمعطيات المحددة،

$$l \approx 7.2 \text{ cm}.$$

توجد أيضاً حالة الاتزان الخاصة عند المركز، حيث $l = R$ ، وهي تحقق دائماً توازن القوى الساكن. ولهذه المعطيات، يكون فيها $l = 5 \text{ cm}$ ، ويكون هذا الاتزان غير مستقر.

الحل

3. نعامل الكرة الصغيرة بوصفها شحنة نقطية، ونفترض أن مجال الجاذبية منتظم، ونستخدم التوزيع المنتظم المعطى للشحنة على الحلقة. يؤثر الخيط عديم الكتلة بقوة شد على امتداد طوله.

لتكن O مركز الحلقة، و A أعلى نقطة فيها، و P موضع الكرة على المحور العمودي. ندرس أولاً الحالة $OP = x > 0$. بما أن $OA = R$ عمودي على OP ، فإن

$$l^2 = R^2 + x^2.$$

بفعل التناظر، تتلاشى مركّبات المجال الكهربائي الموازية لمستوى الحلقة. يبعد كل عنصر شحنة dQ مسافة $\sqrt{R^2 + x^2} = l$ عن الكرة. ومن ثم يعطي قانون كولوم محصلة القوة الكهربائية على امتداد المحور:

$$F_e = \int \frac{q dQ}{4\pi\epsilon_0 l^2} \frac{x}{l} = \frac{Qq x}{4\pi\epsilon_0 l^3}.$$

ولأن $Qq > 0$ ، تتجه هذه القوة بعيداً عن الحلقة.

تتجه قوة الشد T من P نحو A . مركّبتها المتجهة إلى أعلى هي TR/l ، ومركّبتها المتجهة نحو مستوى الحلقة هي Tx/l . ويقتضي الاتزان الرأسي والأفقي أن

$$\frac{TR}{l} = mg, \quad \frac{Tx}{l} = \frac{Qq x}{4\pi\epsilon_0 l^3}.$$

تعطي المعادلة الأولى $T/l = mg/R$. وبالتعويض في المعادلة الثانية واختزال $x \neq 0$ ، نحصل على

$$\frac{mg}{R} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 l^3},$$

ومن ثم

$$l = \left(\frac{QqR}{4\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3}.$$

تتطلب الإزاحة المحورية غير الصفريّة أن يكون $l > R$ ، لذا لا يوجد هذا الحل إلا إذا كان

$$\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} > mgR^2.$$

عندما يتحقق هذا الشرط، يعطي التناظر بالانعكاس موضعي اتزان، أحدهما على كل جانب من الحلقة:

$$x = \pm \sqrt{\left(\frac{QqR}{4\pi\epsilon_0 mg} \right)^{2/3} - R^2}.$$

لحساب العددي، نستخدم $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ ، و $R = 0.050 \text{ m}$ ، و $m = 1.0 \times 10^{-3} \text{ kg}$. عندئذ

$$\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 mgR^2} \approx 2.96 > 1,$$

ومن ثم يوجد الاتزان المطلوب خارج المركز. ويكون طول الخيط في هذه الحالة

$$l = \left[\frac{(9.0 \times 10^{-8})^2 (0.050)}{4\pi(8.9 \times 10^{-12})(1.0 \times 10^{-3})(9.8)} \right]^{1/3} = 0.07176 \text{ m}.$$

إذن

$$l \approx 7.2 \text{ cm}.$$

وتبلغ المسافة المقابلة من مركز الحلقة نحو 5.1 cm.

أخيراً، يستبعد اختزال x حالةً مستقلة. عند $x = 0$ ، يندمج المجال الكهربائي بفعل التناظر، وتعطي العلاقتان $l = R$ و $T = mg$ اتزاناً عند المركز لأي مقدار للشحنة. لفحص هذه الحالة للمعطيات المقدّمة، نزيح الكرة قليلاً في اتجاه عمودي على الحلقة. في التقريب من الرتبة الأولى، تكون القوة الكهربائية $Qq x / (4\pi\epsilon_0 R^3)$ ، بينما تكون مركبة الشد الأفقية المعيدة mgx/R . لذلك،

$$F_x \simeq \left(\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 R^3} - \frac{mg}{R} \right) x.$$

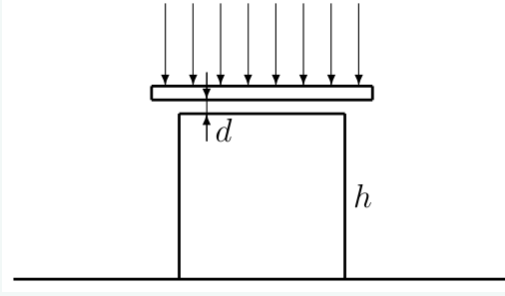
المعامل موجب للمعطيات المحددة، لذا تتزايد هذه الإزاحة: الاتزان عند المركز غير مستقر.

تمت مراجعة الحل بمقارنته بالحل الرسمي.

المسألة 4: التداخل في طبقة هوائية بين لوح زجاجي ومكعب

يوضع لوح زجاجي فوق مكعب زجاجي طول حرفه 2 cm بحيث تبقى بينهما طبقة رقيقة من الهواء، انظر الشكل 5.

يسقط إشعاع كهرومغناطيسي يتراوح طوله الموجي بين 400 nm و 1150 nm (وهو نطاق يسمح اللوح بنفاذ الإشعاع فيه) عمودياً على اللوح من الأعلى، وينعكس عن السطحين الحديين للطبقة الهوائية ويحدث تداخل. في هذا النطاق، لا يتحقق التعزيز الأقصى إلا عند طولين موجيين، أحدهما $\lambda = 400 \text{ nm}$. أوجد الطول الموجي الثاني. حدّد مقدار الزيادة اللازمة في درجة حرارة المكعب حتى يلامس اللوح. معامل التمدد الحراري الخطي هو $\alpha = 8.0 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ، ومعامل انكسار الهواء $n = 1$. لا تتغير المسافة بين قاعدة المكعب واللوح أثناء التسخين.



الشكل 5:

نص المسألة مترجم عن النص الإنجليزي الرسمي.

الإجابات

- الطول الموجي الثاني: $\lambda_2 \approx 667 \text{ nm}$.
- التسخين المطلوب: زيادة درجة حرارة المكعب بمقدار $\Delta T \approx 3.1^\circ \text{C}$. سُمك الفجوة الهوائية الابتدائي هو $d = 500 \text{ nm}$.

الحل

الطول الموجي الثاني. ليكن d سُمك الطبقة الهوائية. عند حدّها العلوي، يحدث الانعكاس من الزجاج نحو الهواء ولا ينتج عنه انقلاب في الطور. وعند حدّها السفلي، يحدث الانعكاس من الهواء نحو الزجاج وينتج عنه انقلاب في الطور بمقدار π . عند السقوط العمودي، يكون المسار البصري الإضافي الذي يقطعه الشعاع المنعكس الثاني هو $2nd$. ومن ثم يكون فرق الطور

$$\Delta\phi = \frac{4\pi nd}{\lambda} + \pi.$$

يتطلب التداخل البناء أن يكون فرق الطور مضاعفاً صحيحاً 2π ، مما يعطي

$$2nd = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

وبما أن $n = 1$ ، فإن الأطوال الموجية للقيم العظمى للانعكاس هي

$$\lambda_m = \frac{4d}{2m + 1}.$$

لتكن رتبة القيمة العظمى عند 400 nm هي m . إذن

$$4d = (2m + 1)(400 \text{ nm}).$$

تعطي الرتب الأعلى أطوالاً موجية أقل من 400 nm ، لذا يجب أن تكون رتبة القيمة العظمى الثانية في المجال المحدد هي $m - 1$. وبالتالي $m \geq 1$ و

$$\lambda_{m-1} = 400 \frac{2m + 1}{2m - 1} \text{ nm} \leq 1150 \text{ nm}.$$

بإعادة الترتيب نحصل على

$$m \geq \frac{31}{30},$$

ومن ثم $m \geq 2$.

يجب ألا توجد قيمة عظمى ثالثة في المجال. لذلك يجب أن يحقق الطول الموجي الأطول التالي، الموافق للترتبة $m - 2$ ، الشرط

$$\lambda_{m-2} = 400 \frac{2m+1}{2m-3} \text{ nm} > 1150 \text{ nm}.$$

وهذا يعطي

$$m < \frac{77}{30}.$$

العدد الصحيح الوحيد الذي يحقق كلا الحدين هو $m = 2$. ومن ثم

$$d = \frac{5(400 \text{ nm})}{4} = \boxed{500 \text{ nm}},$$

والطول الموجي الثاني هو

$$\lambda_2 = \frac{4d}{3} = \frac{2000}{3} \text{ nm} \approx 667 \text{ nm}.$$

للتحقق، تقع القيمة العظمى التالية ذات الطول الموجي الأطول عند 2000 nm، بينما تقع القيمة العظمى التالية ذات الطول الموجي الأقصر عند $286 \text{ nm} \approx 2000/7$ ؛ وكلاهما تقعان خارج المجال المعطى.

التسخين المطلوب. ارتفاع المكعب في البداية هو

$$h = 2 \text{ cm} = 2.0 \times 10^{-2} \text{ m}.$$

بما أن المسافة بين قاعدته واللوحة تظل ثابتة، يحدث التلامس عندما يزداد ارتفاعه بمقدار d .

باستخدام التمدد الحراري الخطي مع المعامل الثابت المعطى،

$$\Delta h = \alpha h \Delta T = d,$$

ومن ثم

$$\Delta T = \frac{d}{\alpha h} = \frac{5.0 \times 10^{-7}}{(8.0 \times 10^{-6})(2.0 \times 10^{-2})} ^\circ\text{C} = 3.125 ^\circ\text{C}.$$

إذن الزيادة المطلوبة في درجة الحرارة هي

$$\boxed{\Delta T \approx 3.1 ^\circ\text{C} \quad (3.1 \text{ K أي ما يعادل})}.$$

التمدد النسبي لا يتجاوز $d/h = 2.5 \times 10^{-5}$ ، وهو ما يتفق مع التقريب الخطي.

تمت مراجعة الحل بمقارنته بالحل الرسمي.